

エネルギー Newmark 法による地震時斜面滑り発生と滑り変位量の簡易評価：ノート

國生剛治¹, 森 二郎², 水原道法², 方 火浪³

1 中央大学 (名誉教授)

2 西日本技術開発㈱

3 中国浙江大学 (教授)

概 要

前回論文(國生, 2019)では小規模斜面滑りをエネルギー的に簡易評価するために, Newmark 斜面モデルと1次元波動モデルを連成した力学モデルを開発し, 滑り変位は滑りに要する地震エネルギーと一意的関係があり, 地震マグニチュードなどから算出される地震波動エネルギーにより計算できることを示した。ただし変位が大きくなると数値誤差が拡大するため正確な変位評価が課題として残された。本ノートでは上記連成モデルに改良を加えて数値積分の誤差を減らし, 大変位までの安定した評価結果を導いた。さらに, 滑り面摩擦角, 入力振動数など種々の関連パラメータの実務的变化幅に対する評価結果を基準化して統一的に表わし, 変位量の簡便な算定を可能とした。これに基づき前回より適用性の高い設計用チャートを再構築し提示すると共に, 結果を前回論文と比較することで両者の違いは限定的であることを確認した。

キーワード：波動エネルギー, Newmark 法, 滑り変位, 摩擦角, 設計用チャート

1. まえがき

通常の地震時斜面滑りの安全率計算には, 地震慣性力による想定滑り土塊の力の釣り合いに基づく滑り面法が設計実務に使われ, 滑りが起きる場合の変位量の評価には別途加速度時刻歴を使った Newmark 法¹⁾による数値解析が行われる。その際, 円弧滑り面上の剛体ブロックで単純化した Newmark 法や FEM 地震応答解析と組み合わせた改良法^{例えは 2), 3)}が滑り変位量の評価に使われてきた。

一方, 筆者らは以前より斜面崩壊の事例調査, 模型振動実験, 斜面崩壊を支配するエネルギーと地震波動エネルギー(以下では地震エネルギーと省略)の分析を通じて, エネルギーバランスに基づく地震時の長距離に及ぶ斜面流動量評価法を提案してきた^{4) 5) 6)}。

前回の論文⁷⁾では, このエネルギー的斜面評価法を, 道路・鉄道・宅地盛土, 河川堤防など線状・面状に広域に広がる多数の小規模斜面に適用し, 地震時滑りの有無のみでなく滑りが発生した場合の変位量を簡便に評価できるようにすることを目指した。このため無限長斜面モデルと1次元 SH 波動伝播を組み合わせた連成モデルを考え出し, その解析により地震エネルギーと斜面滑動変位の一意的関係を明らかにした。さらに, 地震エネルギーから滑りの有無だけでなく滑る場合の変位量を一挙に評価できる「エネルギー Newmark 法」を提案した。またそのために必要な

地震エネルギーの算定例を示し, 既往地震被害例との比較を通じてその適用性を確認した。ただしそこで用いた連成モデル解析の時間積分に Wilson の Θ 法を用いたため, 特に斜面変位が大きい範囲で誤差が拡大し, 大きなエネルギーの下での正確な変位評価と地震エネルギー～変位関係の全体像の把握が課題として残された。

そこで, 本研究ノートでは上記連成モデルに改良を加えることにより時間積分法として前回の Wilson- Θ 法に代わり Newmark- β 法の適用を可能とし, 広い地震エネルギー条件に対応し滑り開始から大変位におよぶ安定した解析結果を得ることを目指す。さらに, 斜面の主要パラメータである摩擦角・滑り面角・入力振動数・地盤 S 波速度・滑り面厚さの幅広い変化に対して多数の計算を行い, これらの結果をパラメータの適切な関数で基準化することで変位量の統一的算定を可能とする。さらに, 上記再計算結果を前回論文と比較し, 時間積分法の変更が与える影響について吟味する。

2. 斜面モデルの改良

前回論文⁷⁾では, 図 1(a)のような傾斜角 θ の無限長直線斜面に載る一定厚さ D の剛体ブロックが斜面体に沿って摩擦角 ϕ で滑るモデルを想定した。ちなみに粘着力 c が存在する場合についても, 摩擦角 ϕ の設定において土被り

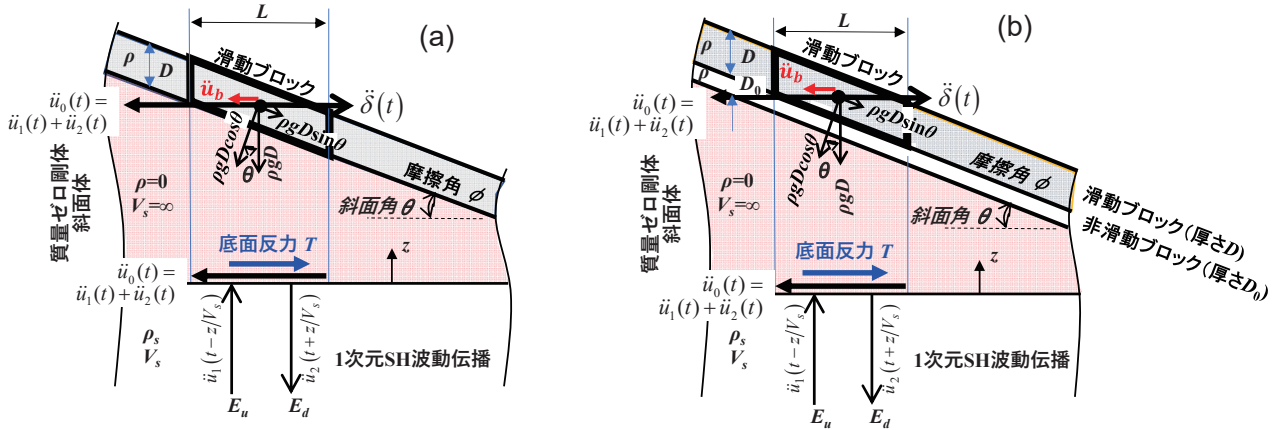


図1 エネルギーNewmark法での無限長斜面・SH波入力連成解析モデル：(a) 前回論文のモデル，(b) 本ノートでの改良モデル

圧 σ_v の下で $\tan^{-1}(\tan\phi+c/\sigma_v)\rightarrow\phi$ のように再定義することで、 c の影響を考慮しつつ近似的に ϕ のみで代表させることができるとしている⁷⁾。また、通常の実務で用いる円弧滑り面を用いたNewmark法は直線斜面モデルとは異なるが、エネルギー的にはほぼ等価なモデルに置換えることができることは前回論文で述べた通りである⁷⁾。無限長斜面のうち水平区間長さ L 、密度 ρ 、鉛直厚さ D の滑動ブロックに注目し、その非滑動斜面に対する相対水平加速度を δ 、斜面の地動水平加速度を \ddot{u}_0 とすると、実用上問題となる下流方向への滑りを考慮した場合には、斜面方向の力の釣合いから滑動開始以降の相対加速度 δ は式(1)で、下流方向への滑動開始条件は式(2)で表わされる²⁾⁶⁾。

$$\delta = [\ddot{u}_0 - g \tan(\phi - \theta)] \cos(\phi - \theta) \frac{\cos\theta}{\cos\phi} \quad (1)$$

$$\ddot{u}_0 - g \tan(\phi - \theta) > 0 \quad (2)$$

エネルギーNewmark法では \ddot{u}_0 が加わるメカニズムとして下方からのSH波の伝播を考慮する。そのため図1(a)のような楔形状の斜面体(陰影部分)を質量ゼロの完全剛体と仮定し、その水平底部境界は密度 ρ_s 、S波速度 V_s の1次元地盤と接しているようなモデルを想定している⁷⁾。1次元地盤中をSH加速度波 \dot{u}_1 が上昇し、斜面底部境界面で反射して下降加速度波 \dot{u}_2 として戻っていく場合に、境界面を原点とし上向きに z 軸をとり、 z での水平加速度 \ddot{u} を次式で表わす。

$$\ddot{u} = \ddot{u}_1(t - z/V_s) + \ddot{u}_2(t + z/V_s) \quad (3)$$

境界面 $z=0$ での加速度 \ddot{u}_0 は

$$\ddot{u}_{z=0} \equiv \ddot{u}_0 = \ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t) \quad (4)$$

であり、ここでは加速度 \ddot{u}_0 が質量ゼロの仮想剛体斜面を通して滑動ブロックに直接伝わる水平地動加速度 \ddot{u}_0 になると考えている。この \ddot{u}_0 によりNewmark法と全く同様にブロック滑動変位が計算される。

エネルギー的に見ると、ブロック滑動による損失エネルギー E_{dp} は滑動終了後にはその間の重力エネルギー変化量

E_{gr} と滑りに寄与した地震エネルギー E_{eq} とバランスすると考えられるから式(5)のエネルギー収支が成り立つ。

$$E_{dp} = E_{gr} + E_{eq} \quad (5)$$

ただしここでの各エネルギーは無限長斜面の水平長1mと奥行1m当たり、すなわち単位平面積当たりのエネルギーを対象としている。そのうち斜面滑りに寄与する地震エネルギー E_{eq} については、図1(a)に示す境界面直下での単位面積当たりの累積上昇波動エネルギー E_u と累積下降波動エネルギー E_d の差に等しいとして次式が成り立つと考えられる。

$$E_{eq} = E_u - E_d \quad (6)$$

さらに、式(6)の E_u と E_d は波動エネルギーの定義式⁶⁾により地震主要動継続時間 $t=0\sim T$ について、次式で算定できる。

$$\left. \begin{aligned} E_u &= \rho_s V_s \int_0^T [\dot{u}_1(t)]^2 dt \\ E_d &= \rho_s V_s \int_0^T [\dot{u}_2(t)]^2 dt \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

エネルギー収支の式(5)を用いると、このように定義した単位平面積当たりの地震エネルギー E_{eq} を使って滑動ブロックの残留水平変位 δ_r は次式で表される⁷⁾。

$$\delta_r = E_{eq} / [\rho g D \tan(\phi - \theta)] \quad (8)$$

すなわち、本法では ϕ 、 θ それぞれの値ではなく、その差が滑動変位を決めることになる。これは通常の滑り面法において粘着力 c がない場合、滑り限界震度が $k_{cr} = \tan(\phi - \theta)$ で決まることに対応している。

さて、前回論文では図1(a)の仮想斜面モデルによりエネルギーNewmark法の力の釣合い式を誘導しているが、本ノートではモデルに図1(b)のような変更を加える。すなわち仮想斜面体の上に厚さ D_0 、密度 ρ の薄い非滑動ブロックを介して(a)と同じ厚さ D 、密度 ρ の滑動ブロックが載るモデルとし、それ以外はすべて前回と同一とする。滑動ブロックの非滑動ブロックに対する相対加速度を δ とすると滑動ブロックの絶対加速度 \ddot{u}_b は非滑動斜面の絶対加速度 \ddot{u}_0 を考慮して次式であり

$$\ddot{u}_b = \ddot{u}_0 - \ddot{\delta} \tag{9}$$

水平方向長さ L の範囲で考えると、図 1(b)のようにブロックの絶対加速度による慣性力と剛体斜面底面境界に働く反力 T とが釣り合うことから、

$$\rho D L \ddot{u}_b + \rho D_0 L \ddot{u}_0 = T \tag{10}$$

また、水平方向長さ L の斜面底面境界での反力 T と地盤から伝わるせん断力が釣り合うことから

$$T + L \rho_s V_s^2 \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \tag{11}$$

式(10)と式(11)から、滑動ブロック慣性力と斜面底部境界面でのせん断応力の直接的釣合いは

$$\rho D (\ddot{u}_0 - \ddot{\delta}) + \rho D_0 \ddot{u}_0 + \rho_s V_s^2 \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \tag{12}$$

ゆえに次の基本釣合い式が成り立つ。

$$\begin{aligned} & \left[\rho D (\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t) - \ddot{\delta}(t)) \right] + \left[\rho D_0 (\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t)) \right] \\ & = \rho_s V_s \left[\dot{u}_1(t) - \dot{u}_2(t) \right] \end{aligned} \tag{13}$$

これを前回論文での図 1(a)に対応した釣合い式と対比すると、 $\rho D_0 (\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t))$ の項が加わった点のみが異なっているが、このように変えた理由については後述する。

式(13)を式(1)(2)の滑りの釣合い式と連立させる。この際、式(1)を

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\delta}(t) &= [\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t) + B] A \\ A &= \cos(\phi - \theta) \cos \theta / \cos \phi \\ B &= -g \tan(\phi - \theta) \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

のように置換えると、式(13)は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \rho D (\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t) - [\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t) + B] A) \\ + \rho D_0 (\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t)) &= \rho_s V_s [\dot{u}_1(t) - \dot{u}_2(t)] \end{aligned} \tag{15}$$

この式をさらに変形し、次式で表す。

$$M (\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t)) = \rho_s V_s [\dot{u}_1(t) - \dot{u}_2(t)] + \rho D A B \tag{16}$$

ここに次式による置換えをしている。

$$M = \rho D [1 - A + (D_0/D)] \tag{17}$$

式(17)において前回論文のように $D_0=0$ とした場合には式(14)で定義した A は $\phi - \theta = 0 \sim 35^\circ$ において $A > 1$ であるから $1 - A < 0$ 、すなわち $M < 0$ で式(16)の左辺が負となる。Newmark- β 法を用いて時間積分する際にこれが発散する原因となっていることが判明した。つまり、前回論文では図 1(a)のモデルとしたためこの発散により Newmark- β 法が適用できず誤差の生じやすい Wilson- Θ 法を使わざるを得なかったが、今回は図 1(b)のように厚さ D_0 の非滑動ブロックを導入し、式(13)に $\rho D_0 (\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t))$ の項を加えたことにより、 $M > 0$ として発散しない計算を行うことが可能となった。ただし D_0 が大きくなるにしたがい非滑動ブロックを導入したことで現実との乖離による誤差が増大するため、別途パラメータスタディーを実施して安定した解が得られる D_0 の最小値を探り、 $D_0/D=0.12$ とすることを決定した。これはあくまで数値解析の精度の観点から試行錯誤的に決めた値であるが、後出の図 3 に示すように式(8)の理論式と完全な一致が見られることから、有効な計算法と言えよう。

3. 数値解析

式(16)を時間増分 Δt の差分式に置換え、時間 $t + \Delta t$ について表すと次式となる。

$$\begin{aligned} M (\ddot{u}_1(t + \Delta t) + \ddot{u}_2(t + \Delta t)) \\ = \rho_s V_s [\dot{u}_1(t + \Delta t) - \dot{u}_2(t + \Delta t)] + \rho D A B \end{aligned} \tag{18}$$

Newmark- β 法 ($\beta=1/4$) を用い、下降速度波と下降変位波を次式でそれぞれ表す。

$$\dot{u}_2(t + \Delta t) = \dot{u}_2(t) + \frac{1}{2} \Delta t [\ddot{u}_2(t) + \ddot{u}_2(t + \Delta t)] \tag{19}$$

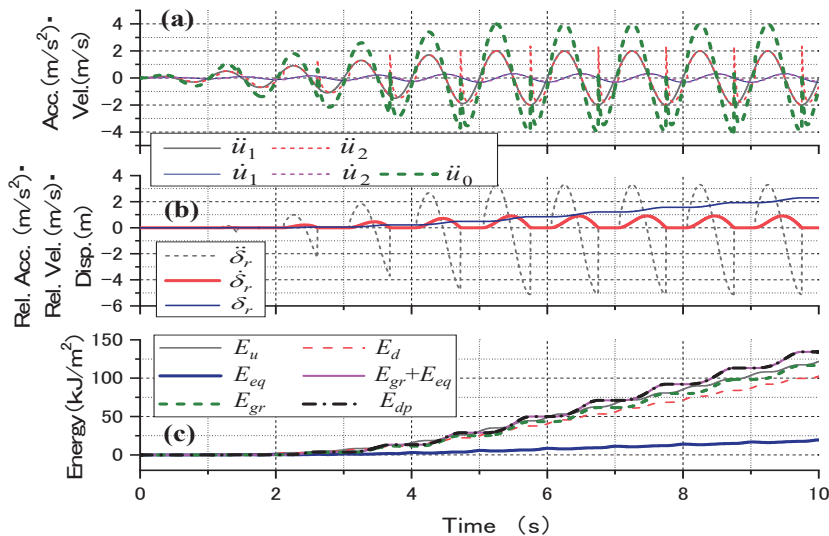


図 2 解析例 (摩擦角 $\phi = 35^\circ$, 斜面角度 $\theta = 30^\circ$, 密度 $\rho_s = 1.8 \text{ t/m}^3$, S 波速度 $V_s = 200 \text{ m/s}$ の直線斜面上を滑る層厚 $D = 5 \text{ m}$, 密度 $\rho = 1.8 \text{ t/m}^3$ の滑動ブロック, 入力加速度 2 m/s^2)

$$u_2(t+\Delta t) = u_2(t) + \dot{u}_2(t)\Delta t + \frac{1}{4}[\dot{u}_2(t) + \ddot{u}_2(t+\Delta t)](\Delta t)^2 \quad (20)$$

さらに、式(19)を式(18)に代入し整理し直すと下降波の加速度として次式が得られる。

$$\ddot{u}_2(t+\Delta t) = \frac{1}{(M+0.5\rho_s V_s \Delta t)} \times \left\{ \begin{aligned} & -M\ddot{u}_1(t+\Delta t) + \rho_s V_s \dot{u}_1(t+\Delta t) \\ & -\rho_s V_s [\dot{u}_2(t) + 0.5\Delta t \cdot \ddot{u}_2(t)] + \rho DAB \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

図2には前回論文⁷⁾の図3と同じく $\phi=35^\circ$, $\theta=30^\circ$ つまり $\phi-\theta=5^\circ$ の斜面に振動数 $f=1.0$ Hzのテーパ付き正弦波加速度10波を $\dot{u}_1=2.0$ m/s²振幅で入力した計算例を示す。すなわち、入力前半の5波で $\dot{u}_1=0 \rightarrow 2.0$ m/s²に線形増加させ、後半5波では一定振幅 $A_1=2.0$ m/s²に保ち定常応答を求めている。前回は高周波の混じる振動応答となったが、

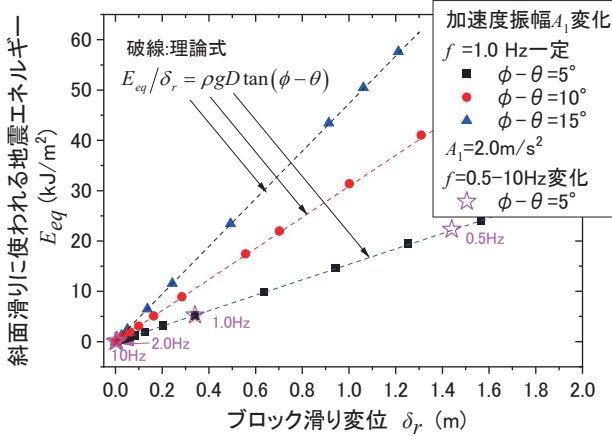


図3 地震エネルギー E_{eq} とブロック滑動変位 δ_r の計算値と理論式との比較

今回は $D_0/D=0.12$ の非滑動ブロックを導入した図1(b)の改良モデルにより、Newmark- β 法(計算時間刻み $\Delta t=0.025 \times 10^{-3}$ s)を用いることで、図2(a)に示すように上昇・下降波の加速度・速度・変位に数値積分による高周波振動が混じることなく明瞭な計算結果が得られていることが分かる。すなわち、上昇波加速度 \ddot{u}_0 は斜面下流側への滑動開始加速度 $g \tan(\phi-\theta)=0.857$ m/s²を2サイクル目で超えて図2(b)のようにブロックの非滑動斜面に対する相対速度が専ら下流側(+側)に生じ、それを積分した相対変位が下流側に累積する。

同じ計算で得られたエネルギー収支については図2(c)に示すが、上昇波エネルギー E_u に比べ下降波エネルギー E_d が小さく、斜面滑動に使われる地震エネルギー $E_{eq}=E_u-E_d$ は滑りの進行と共に単調増加する。滑りにより重力エネルギー E_{gr} が増加し、地震波供給エネルギー E_{eq} との合計 $E_{gr}+E_{eq}$ は式(1)の理論通り摩擦損失エネルギー E_{dp} と一致していることが分かる。

図3には同じく $\phi=35^\circ$, 入力振動数 $f=1.0$ Hzについて、斜面角度 θ と加速度振幅 A_1 を段階的に変化させて計算した結果を角度差 $\phi-\theta=5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ について3種類の記号により示している。縦軸は式(6)の $E_{eq}=E_u-E_d$ で計算した斜面滑りに使われる地震エネルギー E_{eq} , 横軸は対応する斜面滑動変位 δ_r である。いずれも正弦波定常応答状態での1波当たりの値であり、前回論文⁷⁾の図8では E_{eq}^* と δ_r^* で表していたが、今回は上付き記号*を省略している。

図中の3本の破線は $\phi-\theta=5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ に対応した理論式(8)を表しているが、計算結果は理論値と全計算領域で完全に一致していることが確認できる。さらに図中の星印は $\phi-\theta=5^\circ$ について、入力加速度を $A_1=2.0$ m/s²一定に保ち

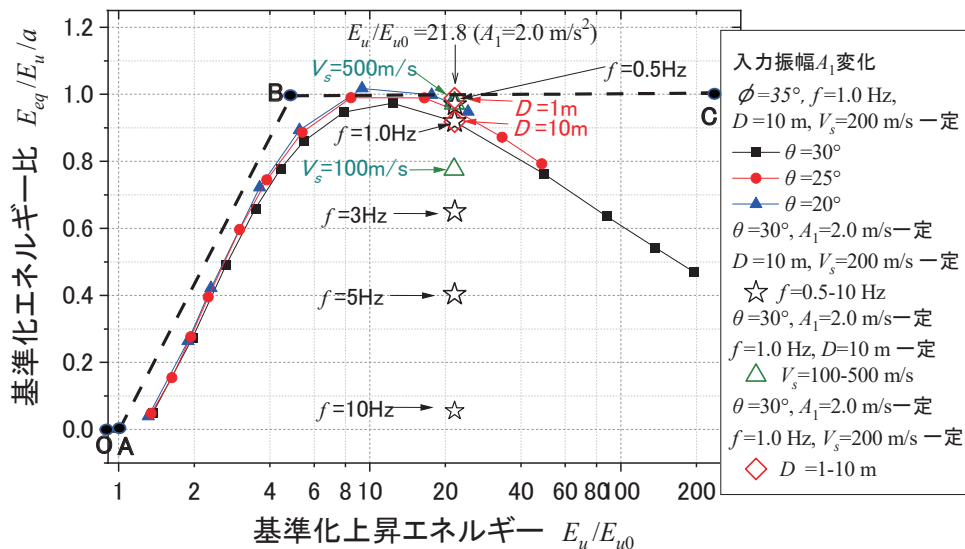


図4 各ケースの計算で得られた基準化上昇エネルギー E_u/E_{u0} ～基準化エネルギー比 $E_{eq}/E_u/\alpha$ 関係

振動数を $f=0.5\sim 10$ Hz に変化させた計算で得られたプロットであるが、 f の違いにも関わらず理論式(8)が当てはまることが分かる。

図 4 には前回論文の図 15 に対応したグラフとして、横軸に基準化上昇エネルギー E_u/E_{u0} の対数を、縦軸に基準化エネルギー比 $E_{eq}/E_u/\alpha$ をとり、入力振幅 A_1 つまり入力エネルギー E_u を段階的に変化させた計算結果を、摩擦角 $\phi=35^\circ$ 、角度 $\theta=20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ の斜面について実線で結んだ 3 種類のプロットにより示している。ちなみに、横軸の入力エネルギー E_u は前回論文の式(27)により滑り開始加速度から誘導した以下の滑り開始閾値エネルギー

$$E_{u0} = \frac{\pi \rho_s V_s}{4\omega^3} g^2 \tan^2(\phi - \theta) \quad (22)$$

で基準化している ($\omega=2\pi f$)。また縦軸の $E_{eq}/E_u/\alpha$ に含まれる α は、次式 (前回論文の式(24)) により定義された「ブロックインピーダンス比」である。

$$\alpha = (\omega \rho D) / (\rho_s V_s) \quad (23)$$

これより前回も確認した通り $\theta=20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ の範囲では斜面角度の違いに関わらず $E_u/E_{u0} \sim E_{eq}/E_u/\alpha$ 関係はほぼ一意的であり、前回の結果とは異なり安定した結果が横軸の広い E_u/E_{u0} 範囲について得られていることが分かる。

また縦軸値は横軸値 E_u/E_{u0} の増加に伴い $E_u/E_{u0} \approx 10$ でピーク値 $E_{eq}/E_u/\alpha \approx 1.0$ をとりその後は低下傾向を示す。前回論文ではこの付近から右側では計算誤差が拡大するため、低下傾向を確認するためには計算の信頼度を高めることが課題として残されていた。それに対し今回の精度の高い計算結果によれば、明らかに低下傾向となることも分かった。これより、入力エネルギーのうち斜面滑りに使われるエネルギーの割合 E_{eq}/E_u は、滑動開始後 ($E_u/E_{u0} > 1.0$) において E_u/E_{u0} に対し急速に増加しピークに達したあと減少に転じる全体的変化傾向が明確となった。つまり前回論文でも述べたように、斜面変位 δ_r は式(8)に基づき斜面滑りに使われる地震エネルギー E_{eq} から一意的に決まるが、 E_{eq}

の上昇エネルギー E_u に対する比 E_{eq}/E_u は E_u/E_{u0} によって大きく変化するため、その的確な評価が重要となる。

この計算例で設定したパラメータは入力振動数 $f=1.0$ Hz、滑動ブロック層厚 $D=10$ m、地盤 $V_s=200$ m/s である。前回 $f=0.5\sim 1.0$ Hz、 $D=2.5\sim 10$ m、 $V_s=150\sim 300$ m/s についても計算し、このパラメータ範囲では $E_u/E_{u0} \sim E_{eq}/E_u/\alpha$ 関係には多少の変動幅が生まれるものの、ほぼ同一となることを既に示した (前回論文図 15 参照)。ここではこれらのパラメータの変動幅を現実的な斜面条件を考慮してさらに拡大させた計算を入力加速度振幅 $A_1=2.0$ m/s² ($E_u/E_{u0}=21.8$) について行い、その結果を同じ図 4 のグラフ上の複数のプロットの変動幅により示している。

これよりまず、振動数については $f=0.5$ Hz \rightarrow 1 Hz の変動に対し縦軸が $E_{eq}/E_u/\alpha=0.97 \rightarrow 0.92$ と変化は小さいが、3Hz では 0.65、5Hz では 0.40、10Hz では 0.06 まで大幅に低下することが分かる。一方 S 波速度については、 $V_s=500$ m/s \rightarrow 100 m/s の変化で縦軸値は $E_{eq}/E_u/\alpha=0.97 \rightarrow 0.78$ に減少するのに対し、層厚 $D=1$ m \rightarrow 10 m の変化では $E_{eq}/E_u/\alpha=0.99 \rightarrow 0.92$ と影響は比較的小さいことが分かる。つまり、これらの関連パラメータの影響で $E_u/E_{u0} \sim E_{eq}/E_u/\alpha$ 関係にはある程度の変動幅が現われてしまう。中でも振動数 f については、非常に大きな影響が現われることが分かる。

振動数 f の影響をさらに見るために、図 5 には $\phi-\theta=5^\circ$ 、 $D=10$ m、 $V_s=200$ m/s の条件で加速度 $A_1=2.0$ m/s² 一定の正弦波を入力した時のエネルギー比 E_{eq}/E_u の $f=0.5\sim 10$ Hz に対する変化を○記号で示している。また、式(23)で定義した α の $f=\omega/2\pi$ に対する変化 $\alpha=(\omega \rho D)/(\rho_s V_s)=0.314 f$ も図 5 に破線の直線で記入している。これより $f=0\sim 1.0$ Hz では E_{eq}/E_u と α がほぼ重なっており、図 4 のように縦軸を $E_{eq}/E_u/\alpha$ で表すと f に依らずほぼ一定値となる。しかし f がそれ以上大きくなると E_{eq}/E_u は伸びが鈍化しピーク

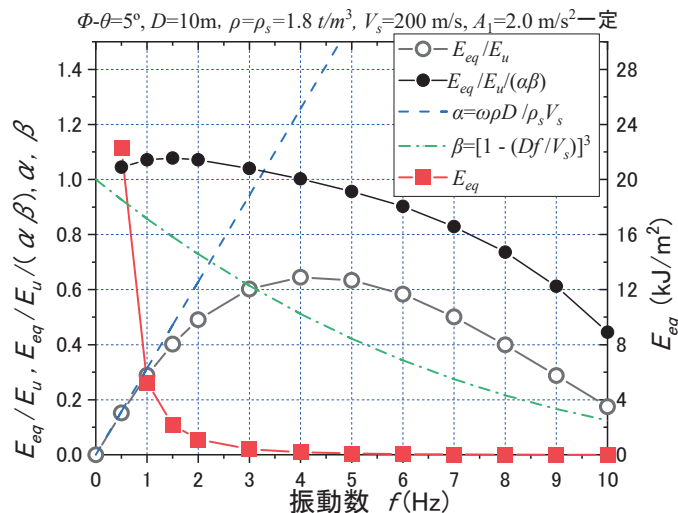


図 5 一定入力加速度の下での、エネルギー比 E_{eq}/E_u 、地震エネルギー E_{eq} と入力振動数 f の関係

後は減少するため、図4の☆記号のように $E_{eq}/E_u/\alpha$ は急激に小さくなるのが分かる。そこでさらに高い f の範囲まで図4の縦軸の統一表示を可能とするため、 α だけでなく以下の式(24)による「厚さ波長比係数」 β を試行錯誤的に誘導し、それも使い縦軸表示の一層の統一化を試みた。図5には β の f に対する変化を一点鎖線で記入している。

$$\beta = [1 - Df/V_s]^3 \quad (24)$$

このように α と β で基準化した $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta$ の値を●記号でやはり図5に併記しているが、この基準化により $f=0.5 \sim 3$ Hz の範囲で $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta$ の変化が4%以内に収まっていることが分かる。

ちなみに、同じ図5には地震エネルギー E_{eq} (右側縦軸参照) の f に対する変化が■記号で示されている。これより入力加速度振幅を一定とした場合、 f の増加と共に斜面滑動変位に関わる E_{eq} は急激に減少するため、3 Hz 程度以下の低振動数領域に限定し高振動数は無視して評価しても実用的に大きな問題とならないことが分かる。

4. 解析結果の統一的表示

以上の検討に基づき、 $\phi - \theta$, f , D , V_s の幅広い変動範囲についてエネルギー比 E_{eq}/E_u と E_u/E_{u0} を関係づける前回よりさらに統一的な縦軸値の表示が可能となる。

図6(a)は $\phi - \theta = 5^\circ, D=5$ m, $V_s=200$ m/s の条件の斜面について f を変化させて計算したエネルギー比 E_{eq}/E_u を、式(23)の α と式(24)の β により基準化して縦軸値 $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta$ を計算し、 E_u/E_{u0} の対数横軸に対しプロットしている。このように基準化表示すると $f \leq 3$ Hz の振動数に対してはほぼ統一されたグラフとなる。それを超える f に対しては外れる傾向となるが、前述のように同じ加速度で比較した場合に $f > 3.0$ Hz の高振動数の E_{eq} への影響は極めて小さくなるため、 $f > 3.0$ Hz の高振動数を含む一般的な地震波を対象とした設計においても $f \leq 3$ Hz のほぼ同一な関係を採用して良いと言えよう。

図6(b)は $f=1.0$ Hz, $D=5$ m, $V_s=200$ m/s の条件について $\phi - \theta = 2.5 \sim 15^\circ$ と変化させた場合の $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta \sim E_u/E_{u0}$ を示している。これより $\phi - \theta$ が大きくなると (10° を超えると)

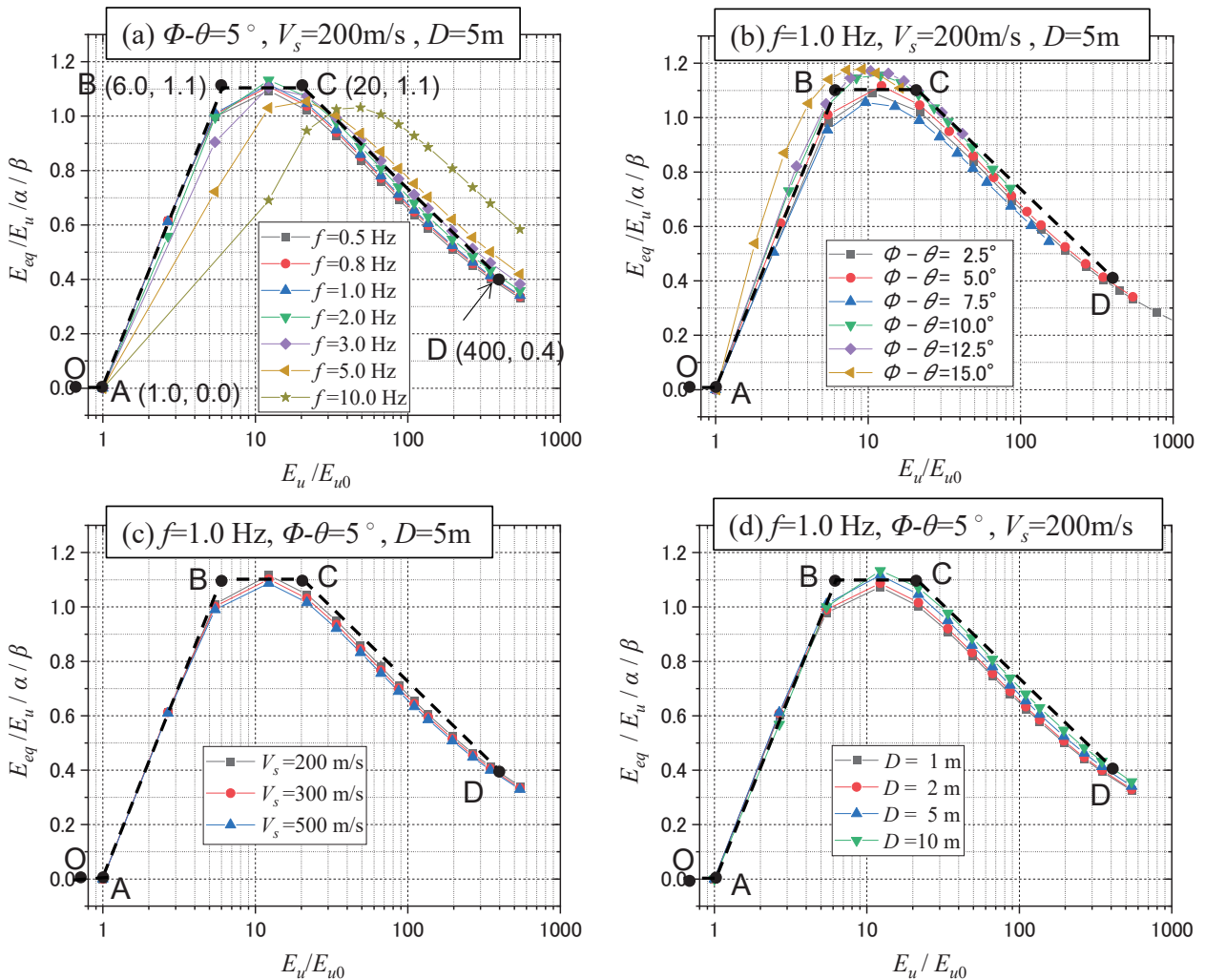


図6 種々の斜面条件に対する $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta \sim E_u/E_{u0}$ の計算値：(a) f 変化, (b) $\phi - \theta$ 変化, (c) V_s 変化, (d) D 変化

縦軸値が多少大きくなる傾向は見えるものの、ほぼまとまったグラフとなることから分かる。

図 6(c)は $f=1.0$ Hz, $\phi-\theta=5^\circ$, $D=5$ m の条件について、 $V_s=200\sim 500$ m/s に変化させた場合の同様なグラフを示しているが、非常にまとまりの良い結果となっている。

図 6(d)は $f=1.0$ Hz, $\phi-\theta=5^\circ$, $V_s=200\sim 500$ m/s の条件について、 $D=1$ m ~ 10 m に変化させた場合の同様なグラフであるが、やはりまとまりの良い結果となっている。

これらの基準化した関係をここでは改めて図 6(a) \sim (d) による破線の折線 OABCD, すなわち次式により統一的に近似することとする。

$$\left. \begin{aligned} E_u/E_{u0} \leq 1.0: & E_{eq}/E_u/\alpha/\beta = 0 \\ 1.0 < E_u/E_{u0} \leq 6.0: & E_{eq}/E_u/\alpha/\beta = 1.41 \cdot \log_{10}(E_u/E_{u0}) \\ 6.0 < E_u/E_{u0} \leq 20: & E_{eq}/E_u/\alpha/\beta = 1.10 \\ 20 < E_u/E_{u0} \leq 400: & E_{eq}/E_u/\alpha/\beta = -0.538 \cdot \log_{10}(E_u/E_{u0}) + 1.80 \end{aligned} \right\} (25)$$

これらの図よりパラメータ $\phi-\theta$, f , V_s , D のすべてにつき図中の凡例に示した変化幅を対象として、この折線 OABCD でほぼ代表できることが分かる。これは前回論文で既に提示し本ノートの図 4 にも折線で示した設計用折線 OABC をさらに式(24)の β で基準化したものに対応するが、折線 OABCD では縦軸値が $E_u/E_{u0} > 20$ において $\log(E_u/E_{u0})$ に対し直線的に減少する傾向を考慮している。そして E_u/E_{u0} の最大適用範囲は今回の解析範囲に含まれる $E_u/E_{u0} < 400$ としている。

この統一的な関係は図中に示すように今回想定した $\phi-\theta$, f , V_s , D の変動範囲において、上昇波エネルギー E_u

から設計時に斜面滑りで使うエネルギー E_{eq} を決めるのに使うことができる。すなわち $E_u/E_{u0} < 1.0$ では $E_{eq}=0$ で滑りは起きず、 $E_u/E_{u0} > 1.0$ では $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta > 0$ となって滑りが始まり片対数グラフ上でほぼ直線的に増加する。 $E_u/E_{u0}=6\sim 20$ で $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta=1.1$ の平坦なピーク値で近似したあと片対数グラフ上でほぼ直線的に減少する。

このように上昇波エネルギー E_u のうち斜面滑りに使われる E_{eq} の割合は E_u/E_{u0} により激しく変動するが、縦軸を α のみならず β でも基準化することによりその変化傾向は統一的に扱えることが分かる。入力振動数については $f > 3$ Hz では適用性が低下するが、前述のように設計的には大きな問題とはならないと言える。

5. 設計用チャートの再構築

前回論文⁷⁾では Wilson- Θ 法による数値積分で算定した設計用折線(図 4 の OABC)を提案し、それに基づいた一つの適用例として $M=6.8$ の 2004 年新潟県中越地震での斜面変形 δ_r と $\phi-\theta$ および震源距離 R との関係を設定用チャートの形で示した。本ノートでは、Newmark- β 法を用いた数値積分で算定し直した結果を近似する設計用折線 OABCD に基づき、同じ $M=6.8$ 地震での設計用チャートを $E_u/E_{u0} < 400$ の範囲内で再構築した

その計算手順は、前回の図 4 の折線 OABC に代わり図 6 の折線 OABCD を用いる以外は、前回論文と全く同一である。ただし前回論文では折線 OABC を設定した図 4 の縦軸は $E_{eq}/E_u/\alpha$ であったのに対し、今回の折線 OABCD を設定した図 6 の縦軸は $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta$ であるため、式(24)で定義

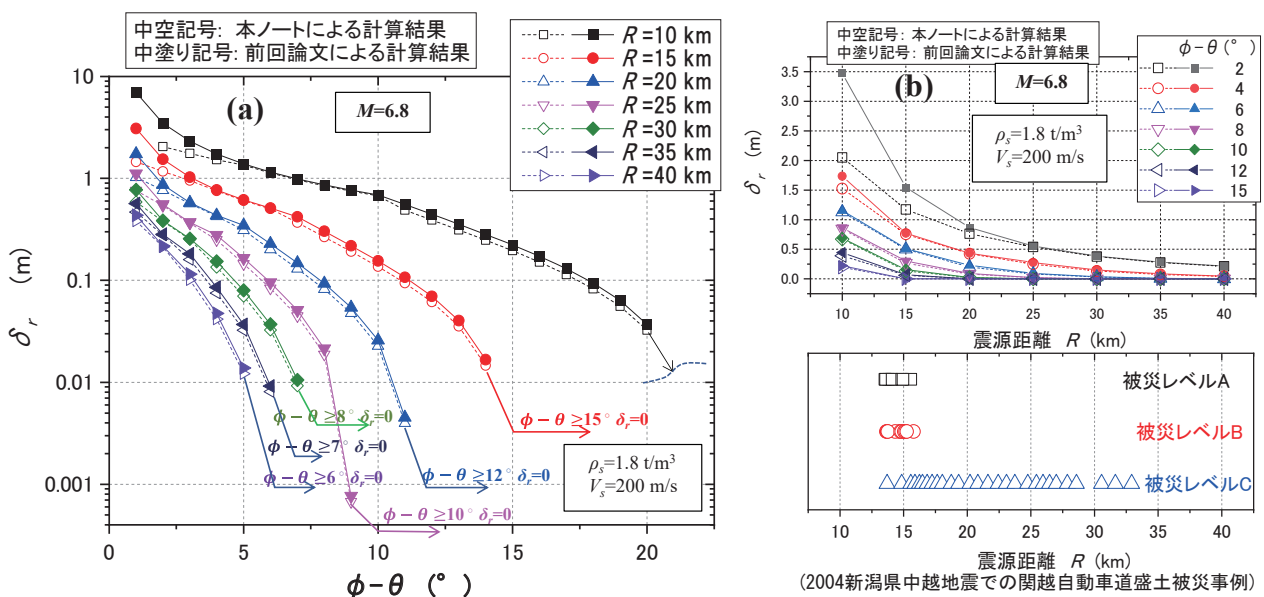


図 7 $M=6.8$ 地震について算定された (a) 斜面滑動変位 $\delta_r \sim \phi-\theta$ 関係と (b) 斜面滑動変位 $\delta_r \sim$ 震源距離 R 関係

した β も用いて E_{eq}/E_u を計算している。なお、前回論文⁷⁾でも述べたように、図 6 横軸の E_u/E_{u0} の E_u は地震の等価繰返し回数 N_{eq} で地震動の全エネルギーを除いて計算したエネルギー的に等価な正弦波 1 サイクル当たりの上昇エネルギーである。縦軸の $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta$ の E_{eq} と E_u ついても数値解析では等価正弦波 1 サイクル当たりのエネルギーとしてきたが、 $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta=(E_{eq}N_{eq})/(E_uN_{eq})/\alpha/\beta$ とも表せることから、地震全体のエネルギーとして扱うこともできる⁷⁾。

前回と同じく、無限長斜面での滑動ブロック厚さ $D=5.0$ m、密度 $\rho=\rho_s=1.8$ t/m³、地盤 S 波速度 $V_s=200$ m/s の無限長斜面が、2004 年新潟県中越地震と同じマグニチュード $M=6.8$ の地震を受けることを想定している。同地震の $M=6.8$ により等価繰返し回数は $N_{eq}=9$ 、 $R=10$ km での $PGA^8)$ から卓越振動数 $f=1.51$ Hz を設定しているが、これらの設定根拠については前回論文⁷⁾を参照願いたい。

手順を再確認すると、まず 2004 年新潟県中越地震での震源距離 R ごとの上昇エネルギー E_u と式(22)による滑り開始エネルギー E_{u0} のエネルギー比 E_u/E_{u0} を算定し、次にそれに対する $E_{eq}/E_u/\alpha/\beta$ を本ノートで新たに決定した設計用折線 OABCD (図 6) を用いて読取る。それより決定した地震エネルギー E_{eq} から式(8)で計算した斜面滑動変位 δ_r と $\phi-\theta$ の関係 (震源距離 R がパラメータ) を中空記号で図 7(a)に示し、前回論文⁷⁾での図 22(a)の中塗り記号による関係と比較している

図 7(a)では前回論文と同じく、 $E_{eq}/E_u = N_{eq}E_{eq}/N_{eq}E_u$ を前提として、地震波全体の滑りに使われるエネルギー $N_{eq}E_{eq}$ に対する δ_r を $\phi-\theta$ の 1°刻み間隔で計算している。縦軸を対数表示し $\delta_r=0$ となる点はこのグラフ上では表示できないため、 $\phi-\theta$ の滑り限界値を 1°刻みで書き添えた折線矢印で表示している。これより当然のことながら、 $E_u/E_{u0}>20$ で E_{eq}/E_u をピーク値から低下させる図 6 の折線 OABCD による結果は、図 4 に示す前回の折線 OABC ($E_u/E_{u0}>20$ で $E_{eq}/E_u=一定$) によるより、震源距離 R が小さく E_u が大きい場合に E_{u0} が小さいつまり式(22)より $\phi-\theta$ が小さい条件の下では差異が目立つ。しかしそれ以外では大きな違いはないことが分かる。

図 7(b)には同じ一連の計算から得られた $\delta_r \sim R$ 関係を $\phi-\theta$ をパラメータにとって示している。本ノートによる結果 (中空記号) を前回論文の対応する結果 (中塗り記号) と比較すると、 $\phi-\theta=2^\circ$ 、 $R=20$ km 以下においてかなり小さな δ_r を与えるが、その他では目立った違いはない。

図 7(b)下段のグラフは前回論文に倣い、 $M=6.8$ の 2004 年新潟県中越地震において実際に生じた高速道路盛土の被災レベルと位置を文献⁹⁾から読み取り、上段のグラフとの比較のために震源距離に対しプロットしたものである。

この文献⁹⁾では盛土の各種被災パターンを盛土亀裂幅・段差量・沈下量などによって被災度 A, B, C に段階分けしている。定性的被災度表示に留まっているものもあるが、A~C に対応した盛土亀裂幅・沈下量の定量的数値は 15 cm 未満~50 cm 以上の範囲が挙げられ、いずれも A は被災度が最も激しく C は最も軽微、B はその中間である⁹⁾。これらの被災度は盛土斜面滑り量を直接表すものではないが、ここでは斜面滑り被害とも何らかの相関があると考え参考データとして使用している。

被災度 A, B は最短震源距離に相当する $R=13$ km から 16 km までの範囲にあり、上段の図との対比からこの評価法で計算した場合の各震源距離に対する $\phi-\theta$ と変位 δ_r の組み合わせが読み取れる。例えば軽微な被災度 C が実際に生じた最長距離は $R=33$ km であり、そのあたりで $\delta_r=0$ となる $\phi-\theta=6^\circ$ 程度が対応していることや、 $\phi-\theta$ が異なる盛土ではどのような影響が現われるかなどの全体的傾向がこのグラフから得られる。

6. まとめ

本ノートでは前回論文⁷⁾での連成モデルに改良を加えると共に時間積分法を Newmark- β 法に変えて滑り開始から大変位までの広範な領域での地震エネルギー変化に対応した安定した計算結果を導出した。

さらに、斜面の摩擦角 ϕ 、滑り面角 θ 、入力振動数 f 、S 波速度 V_s 、滑り面厚さ D の変化に対しても、これらパラメータからなる適切な関数で基準化することで変位量の統一の評価が実際の斜面問題で対象となる広いパラメータ範囲で可能であることを示した。

以上の変更点を反映し、 $M=6.8$ の 2004 年新潟県中越地震を対象に斜面変位量 δ_r と $\phi-\theta$ 、震源距離 R の相互関係を俯瞰的に把握できる設計用チャートを再構築し、提示した。また前回の結果と対比したところ、 $\phi-\theta$ が小さな不安定な斜面や上昇エネルギーの大きな震源近傍では、前回論文によるチャートでは誤差が大きくなるが、それ以外については大きな違いはないことが分かった。

参 考 文 献

- 1) Newmark, N. M.: Effects of earthquakes on dams and embankments, Fifth Rankine Lecture, Geotechnique, Vol.15, pp. 139-159, 1965.
- 2) Makdisi, F. I., Seed H. B.: Simplified procedure for estimating dam and embankment earthquake-induced deformations, Journal of Geotechnical Engineering Div., ASCE, Vol.104, No.GT7, pp. 849-867, 1978.
- 3) Watanabe, H. Sato, S., Murakami, K.: Evaluation of earthquake-induced sliding in rockfill dams, Soils and Foundations, Vol. 24, No. 3, pp. 1-14, 1984.
- 4) 石澤友浩, 國生剛治: エネルギー法による地震時斜面変形量評価法の開発, 土木学会論文集 C Vol.62, No.4, pp. 736-746, 2006.

- 5) 國生剛治, 石澤友浩: 地震時斜面崩壊における土塊流動距離のエネルギー的評価と実崩壊例への適用, 日本地すべり学会誌 47 卷 3 号, pp. 121-128, 2010.
- 6) 國生剛治: 地震地盤動力学の基礎—エネルギー的視点を含めて—, 第 6 章 地震による斜面崩壊, 鹿島出版会, pp. 321-352, 2014.
- 7) 國生剛治: エネルギーNewmark 法による地震時斜面滑り発生と滑り変位量の簡易評価, 地盤工学ジャーナル Vol.14, No.1, pp. 1-16, 2019.
- 8) 防災科学技術研究所: 2004 年新潟県中越地震 (10 月 23 日 17 時 56 分) の地震動と震源過程,
http://cais.gsi.go.jp/KAIHOU/report/kaihou73/07_16.pdf
(最終アクセス日: 2018 年 5 月 26 日)
- 9) 片岡正次郎, 長屋和宏, 松本幸司: 新潟県中越地震時の道路盛土被害の分析, 土木学会論文集 A1, Vol.65, No. 1, pp. 568-576, 2015.
(2021.8.30 受付)

Evaluation of slope stability and displacement by Energy-based Newmark method using earthquake energy: A research note

Takaji KOKUSHO¹, Jiro MORI², Michinori MIZUHARA², Huolang FANG³

1 Professor Emeritus, Chuo University

2 West Jec. Inc.

3 Professor, Zhejiang University, China

Abstract

In the previous paper (Kokusho, 2019), nonlinear numerical analyses were conducted wherein the Newmark-type slope model was shaken underneath by propagating SH wave, where wave energy as the difference between upward and downward SH wave was confirmed to contribute to slope sliding together with other associated energies. Residual slope displacements δ_r were uniquely evaluated from the wave energy despite the difference in earthquake waves, indicating that δ_r can be readily obtained with no need of acceleration time-histories. In this research note, in order to minimize the numerical errors involved, the slope model has been improved so that the numerical analysis can be conducted with high accuracy up to large slope displacements. The analytical results have been summarized in a normalized unique function for widely varying pertinent parameters for slope failures. A design chart previously developed to calculate earthquake-induced slope displacements has been partially revised accordingly though mostly unchanged.

Key words: wave energy, Newmark method, residual displacement, friction angle, design chart