

バネ支持Newmark法による地震時斜面滑り計算

國生 剛治¹

¹正会員 中央大学名誉教授 理工学部都市環境学科 (〒120-0026 東京都足立区千住旭町46-5-1504)

E-mail: koktak@ad.email.ne.jp

地震時斜面滑りの計算に使われる Newmark 法では、地震動が滑り面の降伏加速度を超えることで滑り発生を規定しているが、実際には滑り直前のわずかな変位により滑り開始が一意的に決まる可能性が模型振動台実験などで示唆されてきた。そこで直前変位を表すバネを従来 Newmark 法のスライダに直列接続した「バネ支持 Newmark 法」を開発し、その適用性を模型実験との対比により確認した。小さな滑り開始変位 u_0 を与えることで斜面の滑り開始は従来法での降伏加速度を大きく超過する現象が見られ、模型実験でも類似の加速度超過現象が確認できた。また実測地震動を用いた現実的斜面の滑り計算により、わずか数 mm の u_0 を考慮することで従来法に比べて降伏加速度の大幅超過や累積滑り変位の大幅低下など設計への大きな影響が示された。

Key Words : seismic slope failure, SS-Newmark model, yield displacement, yield acceleration, friction angle

1. まえがき

近年の地震時斜面滑りの評価においては、設計地震動の加速度時刻歴を準備し、それを入力として Newmark 法による数値解析が行われることが多い^{1),2),3)}。斜面条件から予め選定した安全率の低い滑り面上の土塊に設計加速度波を直接入力する Newmark 法や、FEM 解析で得られる滑り土塊各部の地震応答と組み合わせた Newmark 法が使われている^{例(例えば4),5)}。

すなわち想定する滑り土塊各部の要素に対応した加速度応答時刻歴を加えて滑り土塊全体の駆動力(または駆動モーメント)の時刻歴を求め、滑り面に沿った抵抗力(抵抗モーメント)の時刻歴と比較する。安全率 F_s (=抵抗力/駆動力)の時刻歴が 1.0 を下回る時間帯が生ずる場合には、Newmark 法のアルゴリズムにより滑り面上の土塊の相対変位すなわち滑り変位量を計算することになる。現実的な斜面形状を再現できる円弧滑り面を仮定することが多いが、変形量が 1 m を大きく超えるような流動的斜面崩壊に適用されることは少ない。

一方、筆者らはこれまでに地震時斜面崩壊の事例調査、模型振動実験、斜面滑りを支配するエネルギーと地震波動エネルギーの分析を通じて、エネルギーバランスに基づく地震時斜面流動量評価法を提案してきた^{6),7),8),9),10)}。これまで経験則に頼ることの多かった大規模な長距離流動現象を、位置エネルギーを含むエネルギー収支に基づいて合理的に計算できる数少ない方法である。さらに最

近では、このエネルギー的評価法を人工盛土などの小規模崩壊への簡易評価にも適用拡大するため、Newmark 斜面モデルと SH 波の鉛直伝播を組み合わせた解析により地震波動エネルギーから斜面滑り挙動を簡便に計算できる「エネルギー-Newmark 法」を提案した^{11),12)}。

また滑り開始条件については、入力調和波の振動数を変化させた乾燥砂斜面の模型実験⁹⁾により、振動数の違いに依らず斜面滑りに関わる振動エネルギーによって一意的に決まることを明示した。さらに模型砂斜面上に載せた鋼製ブロックの振動実験と引張実験¹³⁾から、荷重～変位関係がピーク荷重に達しブロックが滑り始めるまでのひずみエネルギーが上記の振動エネルギーに対応し、ブロックの滑り開始に関わっていることを示した。

このように、斜面滑りにおいては入力加速度よりは滑りに至るまでの斜面のひずみエネルギーや変形が滑り開始条件に深く関わっていることが推定されるが、従来の Newmark 法の計算ではこの点を全く考慮していない。

本論文ではまず既往の模型実験を振り返り、斜面滑り開始を一意的に決定する因子として斜面のひずみエネルギーまたは変位の重要性を再確認する。その上で、滑り開始変位を入力条件として与えるために、従来の Newmark 斜面モデルの滑り面直下にバネ床を付け加えたバネ支持 Newmark モデルを開発し、模型実験との比較によりその適用性を確認する。さらに一連のパラメータ解析により、このようにして導入した滑り開始バネ変位が滑り開始加速度や累積滑り変位量などにおよぼす影響に

ついて従来のNewmark法や模型実験との対比により検討する。またこの計算法により、実際の強震記録を用いた例示斜面の滑り計算を行い、その分析を通じて強度定数のみから降伏加速度が決まる従来のNewmark法に代わり、強度定数と共に滑り開始変位を設計条件とするバネ支持Newmark法により実現象に近い斜面滑り計算が可能となることを示す。

2. 斜面滑り開始条件についての既往の知見

石澤・國生⁹⁾は以前に図-1(a)に示すような乾燥砂模型斜面の板バネ式振動台による振動実験を行い、斜面の滑り変位量 δ_s は斜面滑りに使われる振動エネルギー E_{EQ} によって入力波の振動数 f に関わらず一意に決まり、さらに滑り変位量 $\delta_s=0$ からの開始条件も図中の一本の近似カーブのように f の違いに関わらずエネルギーでほぼ一意に決まることを見出した。振動台実験での E_{EQ} の測定法については同文献を参照願いたい。一方、同じ滑

り変位を図-1(b)のように入力波の最大加速度 A_{max} に対してプロットすると、 f に依存して異なるだけでなく滑り開始加速度も f が大きいほど増加するという従来の一般的受け止めとは異なる現象を見出した⁹⁾。

さらに、図-2(a)は砂層斜面上の鋼製ブロックを水平方向にワイヤーで引張る静的試験の概要と、滑り開始前後の微小変位を対象に高精度非接触変位計により得られた水平引張力 F ~ 微小水平変位 u 関係の16本の測定カーブを示している¹³⁾。変位の増加と共に荷重は急激に増加しピーク F_p に達して、それ以降の軟化による漸減に移行し滑りが始まる。各測定カーブのバラツキは大きいが実験毎のブロックと砂層の接触状態の違いを反映したものと考えられる。そのうちピーク値 F_p が特に大きな3本のカーブを除けば F_p の変動は10%以内であり、ピークに対応した滑り開始変位 u_0 もほぼ0.4~0.6 mmの範囲にあることが分かる。 F ~ u カーブから計算される面積(図中に色付けで例示)は载荷初期から滑り開始までのひずみエネルギー E_{SP} を表しているが、図-2(b)にはこのようにして算定した多数の E_{SP} 値の分布を2種類の引張速度を

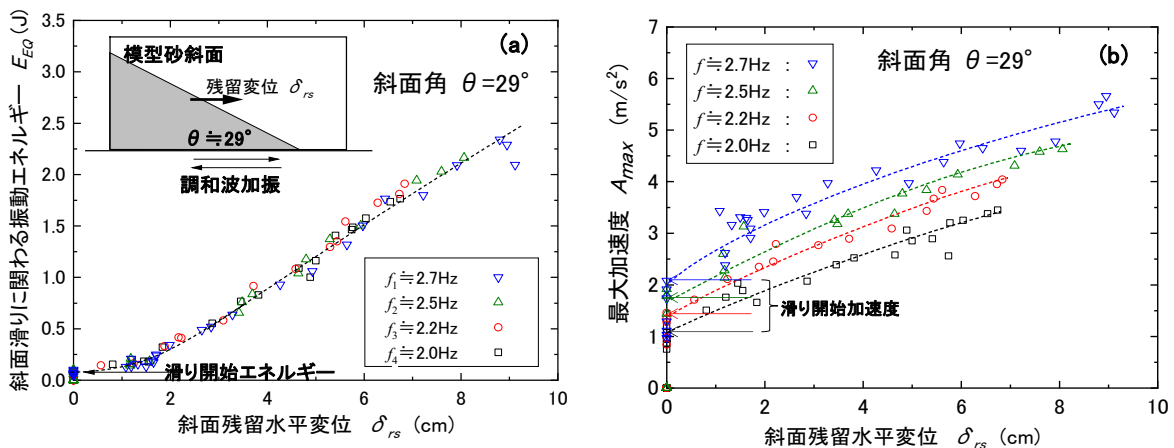


図-1 乾燥砂模型斜面の振動台実験による斜面残留水平変位の振動エネルギーと加速度との関係：(a)振動エネルギー E_{EQ} ~ 変位量 δ_s 関係と滑り開始エネルギー閾値、(b)最大加速度 A_{max} ~ 変位量 δ_s 関係と滑り開始加速度閾値

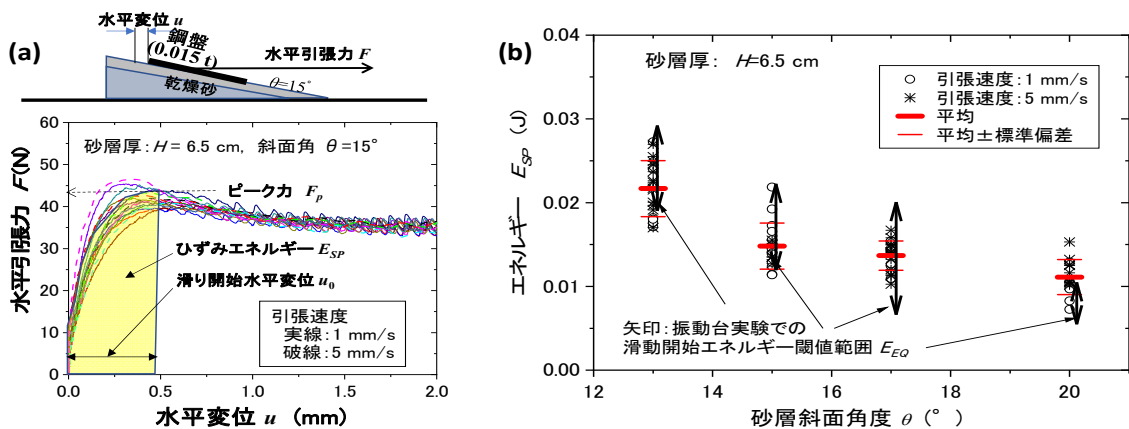


図-2 砂層斜面上鋼製ブロックの静的引張試験と振動台試験とのエネルギー比較：(a)静的引張試験の概要と水平引張力 F ~ 水平変位 u によるひずみエネルギー E_{SP} の算定法、(b)静的試験でのひずみエネルギー E_{SP} と振動実験での滑り開始エネルギー E_{EQ} の異なる斜面角度 θ ごとの対比

区別してプロットし、斜面角 θ 毎に全体平均と標準偏差を示している。

さらに同じ砂層斜面上に載せた鋼製ブロックを、図-1と同じく板バネ式振動台を使って滑らず振動実験（後出の図-5 参照）も行い¹³⁾、図-1(a)に示した砂斜面モデルの結果と同様に振動数 f の違いに関わらず滑り開始がエネルギー E_{EQ} でほぼ一意的に決定されることを見出している。この振動実験で測定した鋼製ブロックの1波目の滑動開始エネルギー E_{EQ} の範囲を、図-2(b)上に重ねて斜面角 θ 毎に矢印で記入している。これより、振動実験での滑動開始エネルギー E_{EQ} は、静的試験での $F \sim u$ カーブのピークまでのひずみエネルギー E_{SP} とデータのバラツキを考えれば多少のズレはあるものの斜面角 θ 毎にほぼ対応していると判断される¹³⁾。

このように滑り開始が E_{EQ} によって f に関わらず一意的に決まることと、さらに振動エネルギー E_{EQ} とひずみエネルギー E_{SP} が図-2(b)のように極めて近いことから、両実験での力～変位関係や滑り開始変位 u_0 にも大きな違いはないことが推定できよう。したがって図-2(a)のカーブのバラツキを実験上のバラツキと考え、また振動エネルギー E_{EQ} の f に対する一意性も合わせ考えると、滑りが始まる条件は振動エネルギー E_{EQ} もしくはそれとほぼ等価な斜面のひずみエネルギー E_{SP} で一意的に決まり、 E_{SP} に関わるピーク変位 u_0 によっても規定できるとの推察が可能である。

これらは、斜面滑り挙動を支配する滑り開始条件は振動数や波形の違いによらず、変位量 u_0 で一意的に規定できる可能性を示唆している。これは、滑り発生には斜面各部のひずみに関わり、その積分値である変位が鍵となることから推察される。

以下では従来のNewmark法とは異なり、滑り開始がこの u_0 により一意的に決定されることを前提条件として斜面の地震時滑り計算法の見直しを図る。

3. 力学モデルと運動方程式

(1) 従来 Newmark 斜面モデル

図-3(a)に示すように、摩擦角 ϕ で傾斜角 θ の無限長直線斜面の上を下流方向へ滑る鉛直厚さ D 、密度 ρ の滑動ブロックのうち、水平単位長さ 1、奥行き 1 の単位平面積当たりの質量 $m = \rho D$ について力の釣合いを考える。

重力加速度 g 、地動水平加速度 \ddot{z} と滑動ブロック相対水平加速度 $\ddot{\delta}$ により斜面平行方向の釣合いを考えると、下流向き慣性力は $\rho D \ddot{z} \cos \theta$ 、上流向き相対加速度による慣性力は $\rho D \ddot{\delta} / \cos \theta$ であるから、斜面の強度定数を後述のように粘着力 c を含め摩擦角 ϕ のみで代表させると、

$$\rho D (\ddot{z} \cos \theta - \ddot{\delta} / \cos \theta + g \sin \theta) = \rho D (-\ddot{z} \sin \theta + g \cos \theta) \tan \phi \quad (1)$$

ここに地動水平加速度 \ddot{z} は斜面上流方向を+（慣性力は下流方向を+）、滑りブロックの相対水平加速度 $\ddot{\delta}$ は斜面下流方向を+（慣性力は上流方向を+）で定義しており、滑りブロックの絶対水平加速度は $\ddot{z} - \ddot{\delta}$ となる。式(1)より $\ddot{\delta}$ は次式で表される^{2,3)}。

$$\ddot{\delta} = [\ddot{z} - g \tan(\phi - \theta)] \cos(\phi - \theta) \cos \theta / \cos \phi \quad (2)$$

ここに、 $g \tan(\phi - \theta)$ はブロックが斜面下流方向へ滑動開始する降伏加速度であり、 $\ddot{z} > g \tan(\phi - \theta)$ の時のみ $\ddot{\delta} \neq 0$ で下流方向へ滑動が生じる。一方、上流方向の降伏加速度は $g \tan(\phi + \theta)$ で表され、遥かに大きい値のため実務的には上流方向への滑りを考える必要はない⁸⁾。

これを概念的に表すと、図-3(a)下部のように質量 $m = \rho D$ の質点が摩擦係数 $\tan(\phi - \theta)$ のスライダを介して地動入力点につながる力学モデルとなる。ここで留意すべきは、滑り土塊の相対水平加速度 $\ddot{\delta}$ については \ddot{z} とは異なり斜面直交成分がゼロとして式が立てられている点である。この影響で滑り土塊の絶対加速度

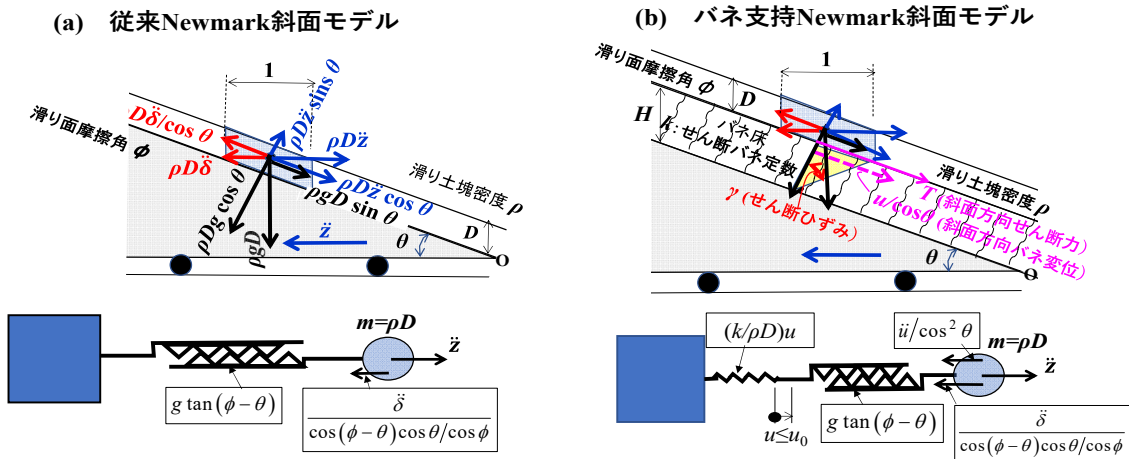


図-3 2種類のNewmark斜面モデル（上段）と対応する力学モデル（下段）

$\ddot{z}-\ddot{\delta}$ は次式のようになり、 $g \tan(\phi-\theta)$ のみの一定値ではなく相対加速度 $\ddot{\delta}$ の影響を受ける点については後ほど関わってくる。

$$\ddot{z}-\ddot{\delta} = g \tan(\phi-\theta) + \frac{1-\cos(\phi-\theta)\cos\theta/\cos\phi}{\cos(\phi-\theta)\cos\theta/\cos\phi} \ddot{\delta} \quad (3)$$

(2) バネ支持 Newmark 斜面モデル

一方、実際の斜面はよほどの硬岩斜面でもない限り Newmark モデルで仮定するような剛体滑り面ではなく、むしろ強度が弱く変形性が無視できない弱層を挟在するケースが問題となることが多い。この変形性を最も単純に表現する方法としては、滑り面直下を図-3(b)のようにせん断弾性バネ床で支持し、バネ変位 u が限界値 u_0 に達すると滑りが始まるとするモデルが考えられる。

この滑り開始変位 u_0 は斜面がせん断破壊に至るまでの変形特性を反映したものであり、特に変形が集中する滑り層に着目して図-4のような力学モデルで表現する。すなわち、斜面下流方向への単位平面積当りの水平荷重 F と水平変位 u の間に太線のような非線形骨格曲線を想定し、その上に滑り破壊の開始点 A を定める。斜面に地動加速度が加わると概念的には細線のような履歴曲線を描きながら滑り開始点 A に到達することを想定しつつ、この非線形履歴関係を単純化して原点 O から A へ割線バネで表わすこととする。

すなわち単位平面積当り定数 k のバネと摩擦係数 $\tan(\phi-\theta)$ のスライダを直列に連結したモデルで表現し、斜面の水平バネ変位を u 、単位平面積当りのバネ水平力を $F=ku$ 、その降伏値を $F_p=ku_0=\rho Dg \tan(\phi-\theta)$ と定める。つまり滑り開始条件として従来 Newmark 法の摩擦係数 $\tan(\phi-\theta)$ のみならず滑り開始変位 u_0 も入力することになる。

これにより変位 u が小さくバネ力 ku が小さいうちは滑らないが、 $ku_0=\rho Dg \tan(\phi-\theta)$ に達して直列結合のスライダーへの下流方向の力が滑り開始条件に達すると滑り始める。計算に必要な水平方向の単位平面積当りのバネ定数は入力パラメータ u_0 により次式で与えられる。

$$k = \rho Dg \tan(\phi-\theta)/u_0 \quad (4a)$$

逆に、滑り開始変位 u_0 は斜面固有の特性値（長さの単位）として $\omega_0^2 = k/(\rho D)$ を使って次式で規定される。

$$u_0 = (\rho D/k)g \tan(\phi-\theta) = (g/\omega_0^2) \tan(\phi-\theta) \quad (4b)$$

滑り開始以前の斜面平行方向の力の釣合い式は、バネ力 $F \cos\theta$ とバネ変位 $u/\cos\theta$ を使って斜面平行方向バネ定数 $k_\theta = (F \cos\theta)/(u/\cos\theta) = (F/u) \cos^2\theta = k \cos^2\theta$ で表されることを考慮すると、次式のようになる。

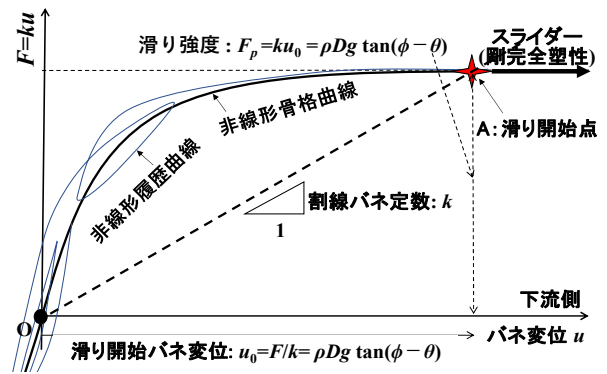


図4 滑り弱層での滑り開始バネ変位 u_0 とバネ定数 k の定義

$$\rho D[\ddot{z} \cos\theta - \ddot{u}/\cos\theta + g \sin\theta] = k_\theta u/\cos\theta = ku \cos\theta \quad (5)$$

これを整理することで、

$$u < u_0 = g \tan(\phi-\theta)/\omega_0^2 \quad (6)$$

の条件の下では次式が得られる。

$$\ddot{u} + (\omega_0 \cos\theta)^2 u = \ddot{z} \cos^2\theta \quad (7)$$

これは加速度 $\ddot{z} \cos^2\theta$ を受けるバネ変位 u についての1自由度振動方程式であり、その固有角振動数は $\omega_0 \cos\theta = [(g/u_0) \tan(\phi-\theta)]^{0.5} \cos\theta$ で、 ρ や D には依らない。また式(5)での g を含む項は重力による定数項で初期から加わっているため、式(7)の振動式からは除外している。

地震動が加わった場合、式(6)に対応して下流方向へのバネ力つまり直列に結ばれたスライダーへの下流方向の力が $ku_0 = \rho Dg \tan(\phi-\theta)$ に達し、さらに地動加速度 \ddot{z} が $g \tan(\phi-\theta)$ に達すると滑り始める。スライダーは剛完全塑性としていることから、滑りが生じている間は一定の摩擦抵抗力を保持する。すると直列結合のバネ力も一定値を保つのでバネ変位 u は一定値 $u = u_0$ を保持したままで静止する。つまり、これ以降はバネのない従来の Newmark モデルと同様に摩擦スライダーのみで式(2)と同じ次式による滑りを生じる。

$$\ddot{\delta} = [\ddot{z} - g \tan(\phi-\theta)] \cos(\phi-\theta) \cos\theta / \cos\phi \quad (8)$$

したがってバネ支持 Newmark 法における滑動条件としては、バネ変位が

$$u = u_0 = g \tan(\phi-\theta)/\omega_0^2 \quad (9)$$

に達すること、さらに従来モデルと同様に入力加速度が

$$\ddot{z} \geq g \tan(\phi-\theta) \quad (10)$$

であることの二つが関わることになる。

その後、地動加速度 \ddot{z} の減少でスライダーへの力が

$\rho g D \tan(\phi - \theta)$ を下回って滑りが停止すると、前回までのバネ変位を新たなゼロ点として次のサイクルのバネ変位 u を式(6), (7)により計算する. そして $u = u_0$ に達した段階でさらなるスライダー滑りに移行する. このようにしてバネとスライダーについての計算を交互に繰り返すことで、地震開始から第 i 回目までの累積バネ変位 $u_0 \times i$ と累積スライダー変位 $\sum \delta_i$ を合わせた合計変位 δ_{total} が土塊の水平変位として算出される.

$$\delta_{total} = u_0 \times i + \sum \delta_i \quad (11)$$

なおバネ支持 Newmark 法で $u_0 = 0$ と設定した場合には式(8)(10)のみが関わり、従来 Newmark 法と同じ計算結果を与えることになることは言うまでもない.

この極めて単純な計算法で使う斜面入力データとしては従来法で必要な斜面角 θ , 摩擦角 ϕ (後述のように粘着力 c を含めた等価摩擦角で定義) と滑り開始変位 u_0 に加えて滑り土塊の層厚 D と密度 ρ のみであり、大変使いやすいたことが分かる.

4. 模型実験との対比

ここでは以前に実施した模型実験¹³⁾を対象に、従来 Newmark 法とバネ支持 Newmark 法で計算し、両者の結果を比較することによりその計算法の適用性を検討する.

図-5に模型実験の概要を示すが、アクリル製土槽(内法長さ 100 cm × 幅 37 cm × 深さ 7 cm)の底面に砂を接着し、その上に豊浦砂を一定厚さ・一定密度に締固めて砂層を作成し、以前の研究⁹⁾で用いた板ばね式振動台に所定の傾斜角度 θ で剛結する. この砂層斜面の中央部に、鋼製の剛体ブロックを載せる. 鋼製ブロックの平面サイズは斜面方向長さ 30 cm × 幅 20 cm, 厚さ 3.2 cm, 質量 15 kg で砂層に接する底面にサンドペーパーを張り付けている. このように斜面滑り現象を鋼製ブロックと一定厚さの傾斜砂層によりモデル化することにより、ブロックの滑り開始加速度・変位や滑り変位量の測定と理論的考

察が容易になることを目指したものである. なお、ブロック滑りに影響を与える砂層の深度は表面から 2.0 cm 程度に留まっており、ここで対象とした砂層厚さ 6.5 cm はそれを十分上回っていることを確認している¹⁵⁾.

板バネ振動台を水平方向に一定変位まで引張ってから切り離すことにより一定振動数調和波の自由減衰振動を起こし、砂層斜面上のブロックを滑らせる⁹⁾. 振動台の水平変位をLVDT型変位計で、振動台加速度と砂層上の鋼製ブロックの加速度をひずみゲージタイプ加速度計(容量 5 g)で計測した. ブロックのアクリル土槽に対する変位はビデオモニター画像に加え、渦電流型非接触変位計(容量 5 mm)により高精度計測している. これら加速度や変位は斜面傾斜角 θ に平行な成分を計測しており、加速度については $1/\cos\theta$ を、変位については $\cos\theta$ をそれぞれ乗じて水平成分に変換している. なお、振動台の固有振動数は板バネ上の載荷テーブルに追加した鋼板重量により調整可能な $f = 1.7 \sim 2.2$ Hz の範囲で変化させて行った¹³⁾. ここで計算対象とした実験では、相対密度 $D_r = 80\%$ で乾燥密度 $\rho = 1.637 \text{ t/m}^3$, 傾斜角 $\theta = 15^\circ$ の模型砂斜面の上に載せた滑動ブロック(質量 0.015 t, 厚さ $D = 0.032 \text{ m}$, 密度 $\rho = 7.81 \text{ t/m}^3$, 長さ 0.3 m × 奥行 0.2 m で面積 0.06 m²) に板バネ振動台の自由減衰振動で生まれる振動数 $f = 1.93$ Hz の正弦波を加えている.

図-6(a), (b)では実測の入力振動台加速度 \ddot{z} , ブロックの絶対加速度 $\ddot{z} - \ddot{\delta}$ と相対変位 δ の時刻歴を、それぞれ従来 Newmark 法とバネ支持 Newmark 法による計算結果と比較している. 自由減衰振動によって加速度 \ddot{z} が漸減しつつある間でブロック滑り変位は 1~5 サイクル目まで発生し、5 サイクル目のわずかな滑りを最後に終了したことが観察できる.

バネ支持 Newmark 法の計算では式(6)~(10)を以下のような差分形に置換え Newmark の β 法 ($\beta = 0.25$) により時間積分を行っている.

$$u(t) < g \tan(\phi - \theta) / \omega_0^2 \quad \text{の時 (滑動前) :}$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u}(t + \Delta t) &= \ddot{z}(t + \Delta t) \cos^2 \theta - (\omega_0 \cos \theta)^2 u(t) \\ \dot{u}(t + \Delta t) &= \dot{u}(t) + \frac{1}{2} \Delta t [\ddot{u}(t) + \ddot{u}(t + \Delta t)] \\ u(t + \Delta t) &= u(t) + \dot{u}(t) \Delta t + \frac{1}{4} [\ddot{u}(t) + \ddot{u}(t + \Delta t)] (\Delta t)^2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$u(t) = g \tan(\phi - \theta) / \omega_0^2 \quad \text{の時 (滑動中) :}$$

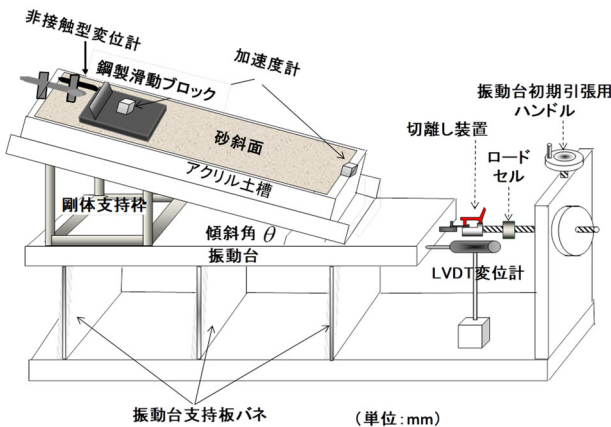


図-5 板ばね式振動台による砂斜面上の鋼製ブロックの振動実験

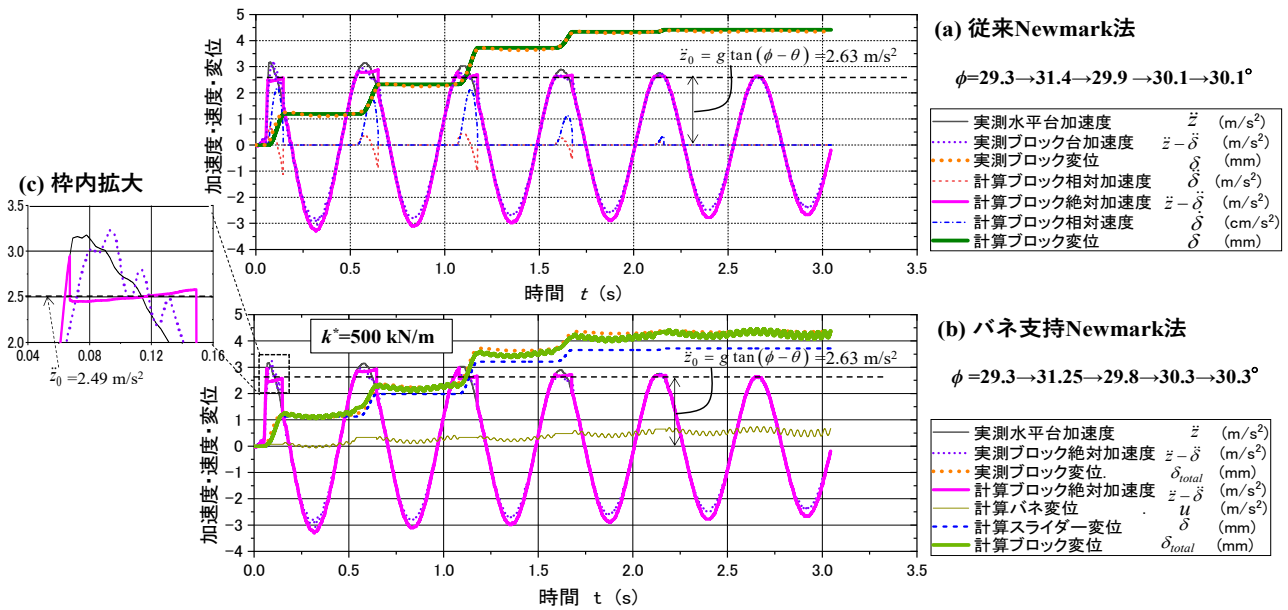


図-6 振動台実験による加速度・速度・変位の時刻歴実測データと2種類のNewmark法計算結果の比較：
 (a)従来Newmark法, (b)バネ支持Newmark法, (c)グラフ(b)の破線枠内拡大

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\delta}(t + \Delta t) &= [\ddot{z}(t + \Delta t) - g \tan(\phi - \theta)] \cos(\phi - \theta) \cos \theta / \cos \phi \\ \dot{\delta}(t + \Delta t) &= \dot{\delta}(t) + \frac{1}{2} \Delta t [\ddot{\delta}(t) + \ddot{\delta}(t + \Delta t)] \\ \delta(t + \Delta t) &= \delta(t) + \dot{\delta}(t) \Delta t + \frac{1}{4} [\ddot{\delta}(t) + \ddot{\delta}(t + \Delta t)] (\Delta t)^2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

一方、従来Newmark法では $\ddot{z}(t + \Delta t) \geq g \tan(\phi - \theta)$ の時には上記の式(13)で計算し、それを満たさないときは $\ddot{\delta}(t + \Delta t) = 0$ としている。

図-6(a)に示す従来Newmark法の計算は、バネ支持法と同じく時間刻み $\Delta t = 0.05 \text{ ms}$ で数値積分を行っている。滑り変位を最もよく再現できる摩擦角を試行錯誤により決定したところ、第1回から5回までの各滑りに対応した値として $\phi = 29.3 \rightarrow 31.4 \rightarrow 29.9 \rightarrow 30.1 \rightarrow 30.1^\circ$ が得られた。つまり鋼製ブロックと砂の接触状態の変化により微妙に変動する ϕ を適切に調整することができれば、従来のNewmark法によっても実験の滑り変位をかなり忠実に再現できることが分かる。ただし実験ではブロックが滑っていない間にも入力加速度による斜面変形がわずかに生じていることが太い点線の実測ブロック変位 δ から確認できるが、従来Newmark法計算ではそれが表現できていないことが分かる。

一方、図-6(b)は同じ実験結果をバネ支持Newmark法で計算した結果である。バネ要素を加えることで数値積分誤差が生じやすいため、時間刻みを $\Delta t = 0.05 \text{ ms}$ まで小さくして精度的に問題ないことを確認している。この計算には実測バネ定数 $k^* = 500 \text{ kN/m}$ (単位平面積当たり換算バネ定数は $k = 8330 \text{ kN/m}^2$)を用いており、その決め方については後ほど述べる。摩擦角については従来Newmark

法での値を出発点にした試行錯誤計算により、出発値と大差ない $\phi = 29.3 \rightarrow 31.25 \rightarrow 29.8 \rightarrow 30.3 \rightarrow 30.3^\circ$ により実測と最も良い一致が得られた。バネ支持Newmark法の全水平変位量はバネ変位 u とスライダ変位の合計として式(11)により $\delta_{total} = u_0 \times i + \sum \delta_i$ で計算されている。

これにより、図-6(b)に示すように実験でのブロック滑りのみでなくその前後の変位もかなり忠実に再現されている。ただしバネ要素を付加したことで質量 0.015 t の滑動ブロックとの間で振動系が形成され、式(7)で表される $f_0 = \omega_0 \cos \theta = (k/m)^{0.5} \cos \theta / 2\pi = 28.1 \text{ Hz}$ の固有振動が重なっていることが分かる。実験では目立たないこのような振動が計算に現れる理由としては、図-4で述べたように実現象での複雑な力～変形ヒステリシス関係を履歴減衰を無視した線形割線バネで単純化しているためと考えられる。しかし弾性振動自体はエネルギー損失は伴わず滑り現象への影響は小さいと考え、ここでは簡便さを考慮し振動成分は重視せず、下流方向へのバネ変位の中立成分に注目する。

図-7(a), (b)の縦軸には図-6と同じ実験の結果から振動台入力加速度 \ddot{z} とブロック絶対加速度 $\ddot{z} - \ddot{\delta}$ をとり、横軸のブロック水平変位 δ との関係を実線と太い破線で示している。4回の明瞭な滑りによるヒステリシスループと5回目の小さな滑りループが確認でき、その後のサイクルでは滑りはなく定位置で閉じたループを描いていることが分かる。

この図より、鋼製ブロック～砂層系のバネ定数 k^* を算定するため $\ddot{z} - \ddot{\delta} \sim \delta$ カーブの各サイクルの割線勾配を図中の一点鎖線のように描き、その勾配から鋼製ブロックの質量 0.015 t を使って計算すると、 $k^* = 520 \rightarrow 500 \rightarrow$

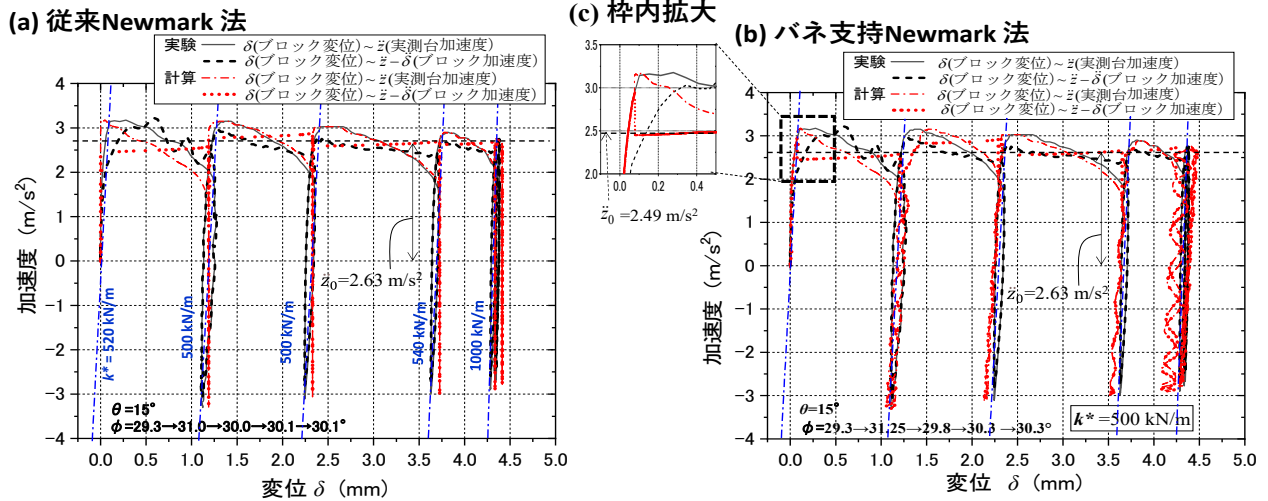


図-7 実験による振動台加速度・鋼製ブロック水平加速度～ブロック水平変位関係と2種類のNewmark法計算結果との比較：
 (a)従来Newmark法, (b)バネ支持Newmark法, (c)グラフ(b)の破線枠内拡大

500→540→1000 kN/m が得られる。その読取り精度がそれほど高くないことも考慮して4サイクル目までの代表値として $k^*=500$ kN/m 一定と判断し、それを計算に用いた。この場合の単位平面積当りのバネ定数は $k=500$ kN/m \div (0.3 m \times 0.2 m) = 8330 kN/m² であることは既に述べた。これを用いて滑り開始変位を式(4)により計算すると、 $\phi \approx 30^\circ$ を代表値とした場合には $u_0 \approx 8 \times 10^{-5}$ m (0.08 mm) で、図-7で読取った滑り直前変位とほぼ整合している。

図-7(a)では実測加速度～変位関係を従来Newmark法による $\ddot{z} \sim \delta$ 関係（一点鎖線）と $\ddot{z}-\delta \sim \delta$ 関係（太い点線）と比較している。各サイクル毎に試行錯誤的に求めた最適の ϕ を使っていることもあり、滑り始めてから終わるまでの実測挙動をある程度再現できている。しかし非滑動区間では加速度の変動に対し変位が鉛直のまま全く変化せず実測とは明らかに異なっている。また滑動区間での実測のブロック絶対加速度 $\ddot{z}-\delta$ は、振動初期の上下運動を伴う1サイクル目を含め変位 δ に対し右向き傾向なのに対し、計算ではスライダ滑りを反映しほぼ一定値となっている。

一方、図-7(b)では同じ実測結果をバネ支持Newmark法による計算と比較しているが、バネを導入することで滑動・非滑動区間共に実測挙動をほぼ再現できている。固有振動成分が重なり、さらに非滑動区間で実測されるヒステリシス効果は線形バネモデルでは当然再現できないため実測値との一致度は高いとは言えないが、非滑動区間での加速度～変位関係の勾配はほぼ再現できている。また滑動区間での $\ddot{z}-\delta \sim \delta$ 関係の再現性は従来法と同じく高くはない。ただし、詳細に比較すると、従来法との明らかな違いが見えてくるが、それについては後ほど7.で改めて述べる。

5. バネ支持Newmark法での各パラメータの影響

以上のようにバネ支持Newmark斜面モデルは、スライダとそれを支持する線形バネを直列につなげた単純なモデルであるが、図-6、図-7 から分かるように模型斜面の挙動をブロックの滑動のみならずその前後での非滑動区間の変位も含めある程度再現できている。

そこでさらに一般的条件の下で、バネ支持Newmark法の計算結果に与える主要パラメータの影響を見るため、斜面角 $\theta=30^\circ$ 、摩擦角 $\phi=35^\circ$ の直線斜面に振動数 $f=0.5$ Hz で加速度振幅 $Acc=2.0$ m/s² の正弦波を5サイクル入力する計算を行った。

図-8では(a)従来Newmark法と、(b)滑り開始変位を $u_0=0.01$ m (1 cm)としたバネ支持Newmark法による加速度・速度・変位の時刻歴を比較している。前者ではスライダ変位 δ 、後者ではバネとスライダを合わせた合計水平変位 δ_{total} をそれぞれ太い実線カーブで表している。両者は非常に類似した結果となるが、バネ支持法では従来法と異なりスライダ滑り前後での斜面変形が表現されていることも再び確認できる。

太い一点鎖線はスライダ絶対加速度 $\ddot{z}-\delta$ であり、実線の地動加速度 \ddot{z} と分離するところが滑り開始を意味し、(a)の従来法では $\ddot{z} = g \tan(\phi - \theta) = 9.8 \times \tan(35 - 30) = 0.857$ m/s² の値から始まりその後 $\ddot{z}-\delta$ は式(3)にしたがい多少変動するが、後続サイクルでも全く同じ動きを示す。

一方、(b)のバネ支持法では特に第1サイクルの丸で囲んだ部分のように、さらに高い加速度まで至ってから \ddot{z} と分離し 0.857 m/s² 付近まで短時間で落下し滑りが生じていることに気付く。ただし後続のサイクルでは $\ddot{z} = 0.857$ m/s² で滑りが起きており各サイクルごとにその挙動は異なっていることも分かる。この理由については後

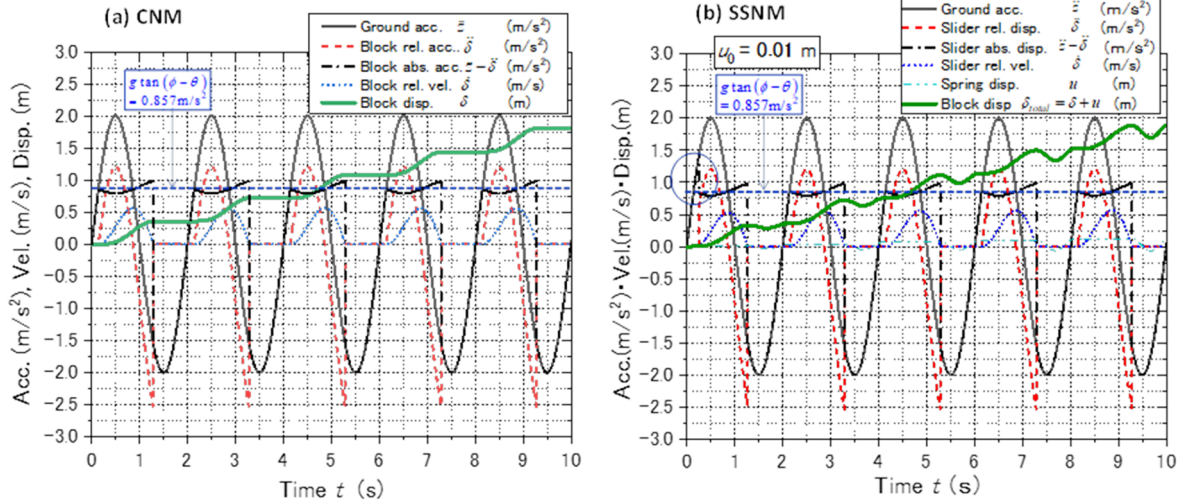


図8 $\theta=30^\circ, \phi=35^\circ, D=10.0\text{ m}, \rho=1.80\text{ t/m}^3, u_0=0.01\text{ m}$ の斜面に振幅 $Acc=2.0\text{ m/s}^2$, 振動数 $f=0.5\text{ Hz}$ の正弦波を入力した計算の比較：
(a) 従来 Newmark 法, (b) バネ支持 Newmark 法

ほど7.で述べることとして、まずは正弦波第1サイクルのみに注目し、主要関連パラメータの影響について調べる。

図-9には図-8と同一条件で、振動数のみを $f=0.5\sim 1.5\text{ Hz}$ に変化させた場合の第1サイクルでの斜面滑り開始地動加速度 \ddot{z}_0 を■と実線でプロットしている。 f の増加と共に \ddot{z}_0 は大きくなる傾向は明瞭で、 u_0 を導入したこの計算方法では滑り始める加速度 \ddot{z}_0 は従来法のように降伏加速度 $g \tan(\phi - \theta) = 0.857$ 一定とはならず、 f が高いほど \ddot{z}_0 は大きく得られることになる。この傾向は以前に実施された振動台実験⁹⁾で得られた(本論文の図-1(b)に再掲)実験結果と整合しており、 u_0 を滑り開始条件として導入することの適切性を示す傍証と言えよう。

さらに同図には $u_0=0.01\text{ m}$ 一定で入力振動数を $f=0.5\sim 1.5\text{ Hz}$ に変化させた場合の1サイクル目の滑り変位 δ_{total} を●と破線で示すが、振動数 f とともに明瞭に低下することが分かる。また、同図中の従来 Newmark 法の変位(○記号と点線)は入力加速度一定の条件下で振動数 f の2乗に反比例して減少しており、この点はSH波による波動エネルギーフローを考えた既往論文¹²⁾「エネルギー Newmark 法」においても既に理論的に確認されている。この従来法と比べバネ支持法の変位は多少小さめとはなるが、両者はほぼ並行して変化しており、バネ支持 Newmark 法によっても入力波の振動数成分が斜面の滑り変位に大きな影響を与えることが確認できる。

次に滑り開始変位を $u_0=0.001\sim 0.10\text{ m}$ まで段階的に変化させた場合の滑り開始地動加速度 \ddot{z}_0 の変化について調べる。図-10(a)には、斜面の摩擦角を $\phi=35^\circ$ 一定に保ち傾斜角 θ を段階的に変化させて、加速度振幅 $Acc=2.0\text{ m/s}^2$, $f=0.5\text{ Hz}$ の正弦波形を入力した場合の1サイクル目の滑り開始加速度 \ddot{z}_0 を対数横軸の u_0 に対し中塗り記号と

実線カーブでプロットしている。 $g \tan(\phi - \theta) = 2.0\text{ m/s}^2$ に対応して $\theta=23.5^\circ$ 以上の $\phi - \theta$ では滑りが起きることになり、 $\theta=32.5^\circ\sim 25.0^\circ$ の4段階について計算結果を示している。グラフの最左端のプロットは対数軸では表せない $u_0=0$ に相当する従来 Newmark 法での降伏加速度 $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ に対応している。その値を出発点として加速度 \ddot{z}_0 はしばらくこの一定値を保持したのち、 u_0 の増加にともなって増加を始める。

一方、図-10(b)には図-10(a)と全く同じ条件で地動加速度振幅のみを $Acc=4.0\text{ m/s}^2$ と倍増した同様な計算結果を示している。この場合、 $g \tan(\phi - \theta) = 4.0\text{ m/s}^2$ に対応した $\theta=12.8^\circ$ 以上の $\phi - \theta$ では滑りが起きることになり、ここでは $\theta=32.5^\circ\sim 20.0^\circ$ の6段階についての計算結果を示している。やはり $u_0=0$ に相当する従来 Newmark 法での降伏加速度 $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ から出発し、 u_0 が増加するにともなって加速度 \ddot{z}_0 はしばらくこの一定値を保持し

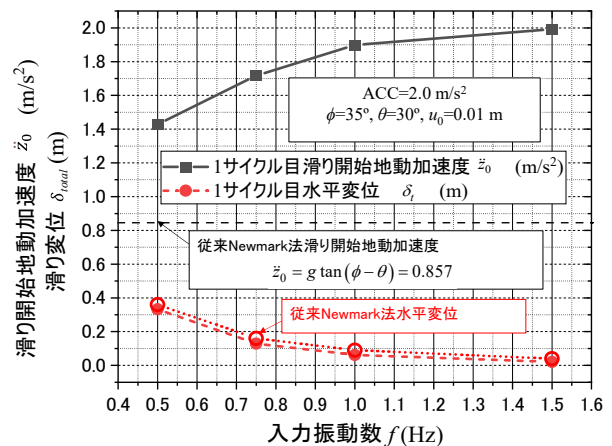


図-9 $\phi=35^\circ, \theta=30^\circ, u_0=0.01\text{ m}$ の斜面への $Acc=2.0\text{ m/s}^2$, $f=0.5\sim 1.5\text{ Hz}$ の調和波入力に対する滑り開始加速度 \ddot{z}_0 と滑り変位 δ_{total}

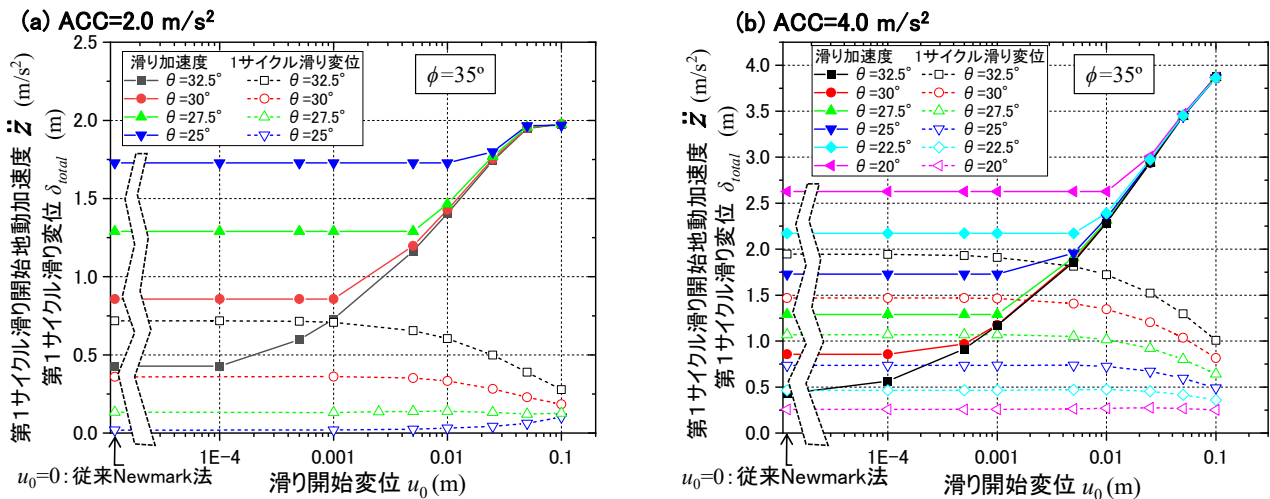


図-10 入力調和波1サイクル目の滑り開始変位 u_0 に対する滑り開始加速度 \ddot{z}_0 と滑り変位量 δ_{total} の関係 ($\phi=35^\circ, f=0.5\text{Hz}$, 斜面角 θ がパラメータ) : (a)入力加速度 $Acc=2.0\text{m/s}^2$, (b)入力加速度 $Acc=4.0\text{m/s}^2$

たのち増加を始める。滑り開始加速度 \ddot{z}_0 の増加は $\phi-\theta$ が小さく安全余裕に乏しい斜面ほど小さな u_0 で始まり、 u_0 の増加に対するその後の増加割合も大きい。

ところで (a)と(b)の $u_0 \sim \ddot{z}_0$ 関係を比較すると、同一条件の斜面が加速度振幅 $Acc=2.0\text{m/s}^2$ と 4.0m/s^2 を受けることで、同じ滑り開始変位 u_0 でも \ddot{z}_0 が全く異なる場合が生じることが分かる。つまり同じ波形でも入力加速度振幅の違いによって滑り開始加速度が異なることになり、従来 Newmark 法では見られない現象である。これは滑り開始が変位 u_0 で規定されるため、異なる加速度入力の下では同じ u_0 に達する時点での \ddot{z} が変化するためである。

このような事象が生じる根本原因は図-3(b)に示す連成モデルのバネとスライダの振動応答の違いから生まれる。つまり、図-10 の $\ddot{z}_0 \sim u_0$ 関係の勾配の増加開始点すなわち閾値は、バネの動的応答によりバネ力が $k_0 = \rho g D \tan(\phi - \theta)$ に達すると地動加速度によりスライダ力が $F = \rho g D \tan(\phi - \theta)$ になるのが同時に起きる場合に対応している。 u_0 をその閾値以下に設定した場合は、入力加速度 \ddot{z} によりスライダが滑り開始力に達する以前にバネが滑り開始変位 u_0 に達しているため、従来法と同じ降伏加速度 $g \tan(\phi - \theta)$ で滑りが始まることになる。 u_0 がこれより大きいと、入力加速度が $\ddot{z} \geq g \tan(\phi - \theta)$ となってもバネ変位が u_0 に達するまで待たされることになり、その間に滑り開始加速度 \ddot{z}_0 は降伏加速度 $g \tan(\phi - \theta)$ を超えてしまうことになる。

つまりこの閾値より左側では従来法と同一の結果が得られ、右側ではバネ支持法としての違いが表れることになる。この閾値は入力波形に対するモデルの動的応答によって決まるため、図-10 は今回用いた波形特有の結果と言えるが、他の波形についても閾値の位置は異なっても、その左右で入力加速度 \ddot{z} は同じ変化傾向をたどると考えることができる。

さらに図-10(a), (b)には同じ一連の計算で得られた正弦波入力1サイクル目の滑り変位 δ_{total} についても、滑り開始変位 u_0 に対して中空記号と破線でプロットしている。 $u_0=0$ の従来 Newmark 法に対応した値から出発し、 u_0 の増加に対し \ddot{z}_0 と同様に δ_{total} は u_0 の閾値までは一定値を取ったあとで減少に向かう。それは u_0 が閾値を超えると滑り開始時の地動加速度 \ddot{z} が大きくなり、その分だけ滑りの発生が遅れ滑り変位量が減少するためである。 $\phi-\theta$ が小さく安定性の低い斜面ほど当然滑り変位 δ_{total} は大きい、 u_0 の増大によって δ_{total} の大幅な減少が見られ、逆に $\phi-\theta$ が大きく δ_{total} が小さな場合には u_0 に対する δ_{total} の変化はわずかでほぼ一定と見なすこともできる。

6. 滑り開始加速度の計算値と実験値の対比

このように mm オーダーのわずかな滑り開始変位 u_0 を考慮することで、斜面の滑り開始加速度 \ddot{z}_0 が従来 Newmark 法での降伏加速度 $g \tan(\phi - \theta)$ より大きくなり、滑り変位 δ は小さく得られる可能性があることがバネ支持 Newmark 法の計算により見出された。ここで問題となるのは、その根本原因となっている滑り開始加速度 \ddot{z}_0 が従来法とは異なり降伏加速度 $g \tan(\phi - \theta)$ を超えるような現象が果たして計算上だけではなく実際の斜面滑りでも起き得るかであり、以下では既に紹介した模型実験に立ち戻ってこの点を再度確認する。

図-11 には既出の図-5 の模型振動台実験で得られた振動開始から1~3サイクルまでの(a)台加速度 \ddot{z} およびブロック絶対加速度 $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ の時間 t に対する関係、(b)台加速度 \ddot{z} およびブロック加速度 $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ のブロック水平滑り変位 δ に対する関係を上段・下段に示している¹⁵⁾。縦3列に並ぶグラフの左寄りの2列は $\theta=15^\circ, f=2.0\text{Hz}$ の同一条件

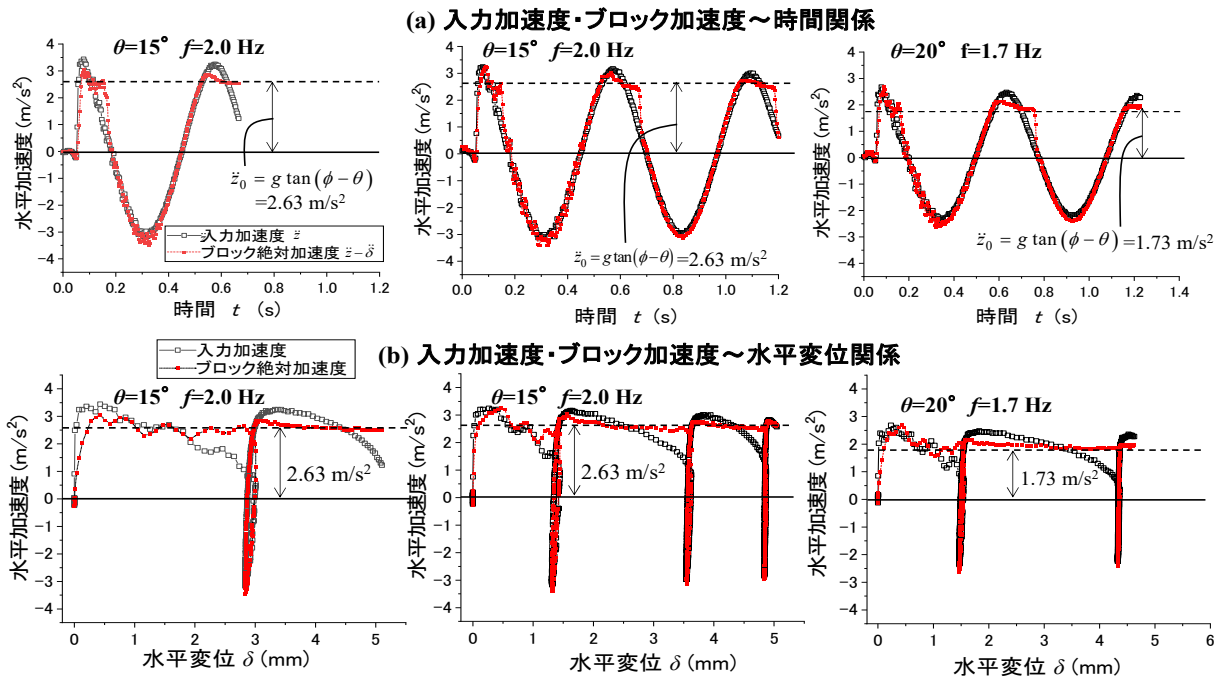


図-11 砂層斜面上鋼製ブロックの調和波入力振動台実験での実測例 (左・中列: $\theta=15^\circ, f=2.0\text{ Hz}$, 右列: $\theta=20^\circ, f=1.7\text{ Hz}$)¹⁵⁾:
 (a)入力加速度 \ddot{z} またはブロック加速度 $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ の時間 t との関係
 (b)入力加速度 \ddot{z} またはブロック加速度 $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ の水平変位 δ との関係

件で行った2回の試験, 右側の1列は $\theta=20^\circ, f=1.7\text{ Hz}$ の条件での1回の試験の結果である。

全体的に見て振動台加速度 \ddot{z} とブロック絶対加速度 $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ は重なっている部分が多くほぼ一体として動いていることを示すが, グラフ縦座標のプラス側ではブロック滑りが起き両者が分離している箇所を確認できる。図中に記入した水平破線は, 実測応答から逆算した $\phi \approx 30^\circ$ を使って算出した降伏加速度 $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ であり, $\theta=15^\circ$ については $\ddot{z}_0 = 2.63\text{ m/s}^2$, $\theta=20^\circ$ については $\ddot{z}_0 = 1.73\text{ m/s}^2$ の値となる。

従来 Newmark 法によればこの \ddot{z}_0 で \ddot{z} と $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ が分離し滑りが起きるはずであるが, 実験による $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ は \ddot{z} と共にこの値を超えて上昇している。特に1サイクル目については初期条件の影響を強く受け変動は大きいものの, 台加速度 \ddot{z} のピーク付近まではほぼ類似の経路をたどる。2サイクル目以降についてはピーク到達以前に $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ は下降を始め, 上記 \ddot{z}_0 付近で横軸の水平変位 δ に対し $\phi \approx 30^\circ$ に対応した一定値 $g \tan(\phi - \theta)$ を保つ傾向が载荷サイクルや条件の違いに関わらず下段(b)から観察できる。

これに類似した傾向は実は前出の実験結果図-6(b), 7(b)に示した \ddot{z} と $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ の時間 t と水平変位 δ に対するプロットでも確認できる。それらの1サイクル目については細部を見るために図-6(c), 7(c)に部分拡大図を用意している。実測 $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ は大きく変動しながらも1サイクル目の逆算値 $\phi = 29.3^\circ$ に対応した $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta) \approx 2.49\text{ m/s}^2$ を

超えて 3.0 m/s^2 付近まで増加したのち, \ddot{z}_0 付近まで徐々に戻っている。

一方, 同図に重ねて示す計算結果ではバネ支持 Newmark 法でも $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ の再現性は悪く, 従来法と大きな違いはないように見える。ただし, 拡大図から分かるように $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ は \ddot{z} と共に $\ddot{z}_0 = 2.49\text{ m/s}^2$ を超えて 3 m/s^2 付近までいったん増加したあと, 瞬時に \ddot{z}_0 付近に戻る動きを示している。これは図-8(b)で見られた正弦波1サイクル目の $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ と同様の動きと見ることが出来る。

このように $\ddot{z}-\ddot{\delta}$ が $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ を超えるまで増加してから \ddot{z}_0 付近まで戻る現象は, 実験でも計算でも現れることが確認できた。ただし, バネとスライダの直列モデルでは瞬時の不連続的变化として計算されるのに対し, 実験では時間・空間的に均された連続的現象として表われているものと推定される。

以上より, 滑り開始加速度 \ddot{z}_0 が降伏加速度を超え $\ddot{z}_0 > g \tan(\phi - \theta)$ となる現象は模型実験のみならず実際の地震時斜面滑りでも生じると考えることができる。つまり, 滑り開始変位を入力として与えるバネ支持 Newmark 法によって, この重要な現象の再現が基本的には可能であることが示された。

7. 不規則地震波による実務的斜面滑り計算

ここまで正弦波入力を対象に検討してきたが, ここか

らは実務を意識し実測地震記録を使った斜面の計算例を示す。ただし通常は円弧滑りを仮定することが多いが、ここでは滑り土塊のスライス化による近似などの必要がなく、また成層化した自然斜面などには円弧滑りよりはむしろ適用性の高い直線無限長滑りで考える。

斜面パラメータとしては斜面角 $\theta=32^\circ$ 、想定滑り土塊の地表面からの平均厚さが $D=10\text{ m}$ 、密度は $\rho=1.8\text{ t/m}^3$ で、その直下には摩擦角 $\phi=35^\circ$ 、粘着力 $c=10\text{ kPa}$ で、斜面に沿って変動はあるものの平均厚さ $t=0.2\text{ m}$ と見なせる想定滑り層があり、地下水浸潤面は滑り層の上面 $GL-10\text{ m}$ にあると考える。滑り土塊は剛体とし、その直下の滑り層が斜面の滑り強度と変形性を決定すると仮定する。

ここで、単純化のために粘着力 c の影響を考慮した等価摩擦角 ϕ^* を次式で定義する。

$$\phi^* = \tan^{-1} \left(\tan \phi + c / \sigma_v' \right) \quad (14)$$

ここに σ_v' は滑り層での鉛直有効土被り圧であり、 ϕ^* のみでせん断強度定数を代表することとする。この例示斜面での計算値は $\phi^* = \tan^{-1} \left(\tan 35^\circ + 10 / (1.8 \times 9.8 \times 10) \right) = 37.1^\circ$ となり、これ以降は ϕ^* を単に ϕ で表すこととする。また滑り層は飽和しているため、そこに働く σ_v' は地震前の有効土被り圧で決まり、 ϕ は短期的な地震荷重の影響は受けずに震動中も一定を保つと考える。

滑り開始水平変位 u_0 を設定するに当たっては、2003年中越地震で滑った多くの斜面から採取したコア試料の一軸圧縮試験でピーク軸ひずみが $\epsilon=1.5\%$ 程度であったとのデータ¹⁴⁾に基づき、非排水条件飽和土のポアソン比 $\nu=0.5$ を使って 20 cm 厚の滑り層がせん断ひずみ $\gamma=\epsilon(1+\nu)=2.25\%$ で破壊すると仮定すると、滑り開始水平変位は $u_0=0.2\text{ m} \times 0.0225 \times \cos 32^\circ = 0.004\text{ m}$ (4 mm) となる。

なお上記とは異なり直線滑りに代わり円弧滑りを用いる場合も、運動方程式が水平方向から円弧中心周りの力の釣合いになるものの、その基本的形は変わらない⁸⁾。また降伏変位 u_0 、摩擦角 ϕ 、バネ定数 k についても、斜面に平行な弱層が認められその影響で潜在滑り円弧の形状が斜面上下流方向に長い場合については、直線滑りと同様な考え方で設定することができよう。

地震波としては近年我が国で多数の斜面崩壊を引き起こした代表的地震の内、防災科学技術研究所の KiK-net システムで観測された2つの地表加速度記録すなわち(a) 2008年岩手宮城内陸地震 ($M_f=7.2$) の東成瀬地点地表 AKTH 04 (EW) の主要動区間 $16\sim 32\text{ s}$ と、(b) 2016年熊本地震 ($M_f=7.3$) の益城地点地表 KMMH16 (NS) の主要動区間 $16\sim 36\text{ s}$ を選んだ。いずれも $f=0.2\sim 10\text{ Hz}$ のバンドパスフィルターを通し、その最大加速度はそれぞれ 15.50 m/s^2 と 6.85 m/s^2 である。速度応答スペクトルの卓越振動数はそれぞれ $1.5\sim 3.0\text{ Hz}$ と $0.3\sim 1.6\text{ Hz}$ にあり、前者は最

大加速度が大きく、後者は長周期成分が卓越した地震動である。

図-12(a), (b)にはそれぞれ2つの地震波で計算した応答時刻歴を今回対象とした計算区間の開始点を $t=0$ として示す。グラフは、加速度、滑り土塊の速度と変位、バネ変位の上中下3段に分けて示されており、全く同じ条件で計算した従来Newmark法による加速度、土塊速度・変位も上段と中段に挿入されている。

まず従来Newmark法による累積滑り回数と累積変位を2つの地震波で比較すると、それぞれ(a)では51回と $\delta=1.48\text{ m}$ 、(b)では27回と $\delta=0.92\text{ m}$ であり、入力波形の違いを反映してかなりの差異を示す。一方バネ支持Newmark法によれば、それぞれ(a)21回と $\delta_{total}=0.30\text{ m}$ 、(b)14回と $\delta_{total}=0.42\text{ m}$ であり、両地震波ともに従来法に比べ大幅に小さな値が計算される。さらに両地震波の間での累積滑り変位の大小関係は卓越振動数など波形の特性も反映し、加速度の大小関係とは逆転して後者の方が大きいことも分かる。

バネ支持Newmark法による計算で、個別の滑りごとに一体何が起きているかを把握するために、図-13(a), (b)では図-12(a), (b)の主要部分(それぞれ $t=8\sim 10\text{ s}$ の2秒間、 $t=4\sim 8\text{ s}$ の4秒間)の時間軸を拡大し、地震波ごとに最初からの滑りの順番 i を#のついた数字で、その区間を矢印⇄で示している。(a)には全滑り回数21回のうち#8~#12の5回と(b)には全14回のうち#2~#7の6回の滑りが含まれており、これらより以下が指摘できる。

(a)と(b)それぞれの最下段に示すバネ変位 u に注目すると、多くの場合に階段状の細線で示された累積バネ変位 u_b (前回滑りまでの累積バネ変位) との差が $u - u_b = u_0$ となる時点で滑りが起きる。そのタイミングでグラフ上段に点線で示す土塊絶対加速度 $\ddot{z} - \ddot{\delta}$ は実線の入力加速度 \ddot{z} と別の動きを始め、グラフ中段に示す土塊相対速度 $\dot{\delta}$ はゼロから立ち上がり累積変位 δ_{total} が増加を始める。つまり図-13最上段に示すように、従来Newmark法では入力加速度 \ddot{z} が一点鎖線の $g \tan(\phi - \theta)$ を超えればそれだけで細い点線のように滑り始めるのに対し、バネ支持法では $u - u_b = u_0$ を満足する必要があるため、 \ddot{z}_0 は振動系の応答に応じて決まるその時点での $g \tan(\phi - \theta)$ を上回る値を取ることになる。ちなみに、この例示斜面でのパラメータが $\phi - \theta = 5.1^\circ$ 、 $u_0 = 0.004\text{ m}$ であることを再認識して調和波入力での計算と対比すると、図-10の勾配増加開始点の右側に位置することが分かり、滑り開始加速度が $g \tan(\phi - \theta)$ を超える理由が肯ける。

ただし例えば(a)の#9と(b)の#4の滑りでは、先行するそれぞれ図中のA点とB点でバネ変位が $u - u_b = u_0$ の条件に達するが、その時点での入力加速度 \ddot{z} が負の区間にあるため滑ることができない。そこでスライダの滑動条件 $\ddot{z} > g \tan(\phi - \theta)$ に達するまで待機してから滑り

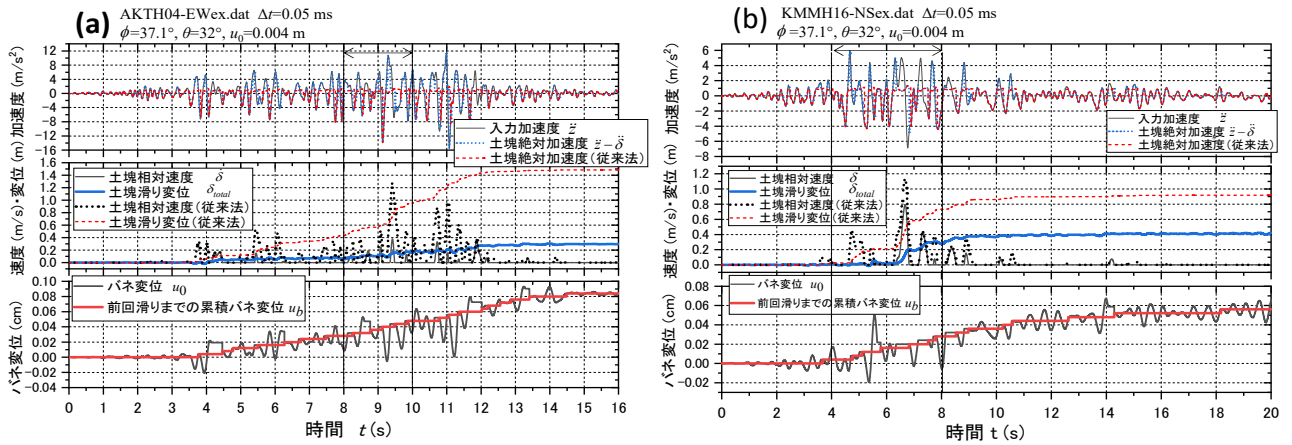


図-12 バネ支持 Newmark 法による 2 種類の地震動による例示斜面 ($\phi = 37.1^\circ, \theta = 32^\circ, u_0 = 0.004 \text{ m}$) の応答計算結果：
 (a)2008 年岩手宮城内陸地震 KiK-net 東成瀬 AKTH04-EW 記録, (b)2016 年熊本地震 KiK-net 益城 KMMH16-NS 記録

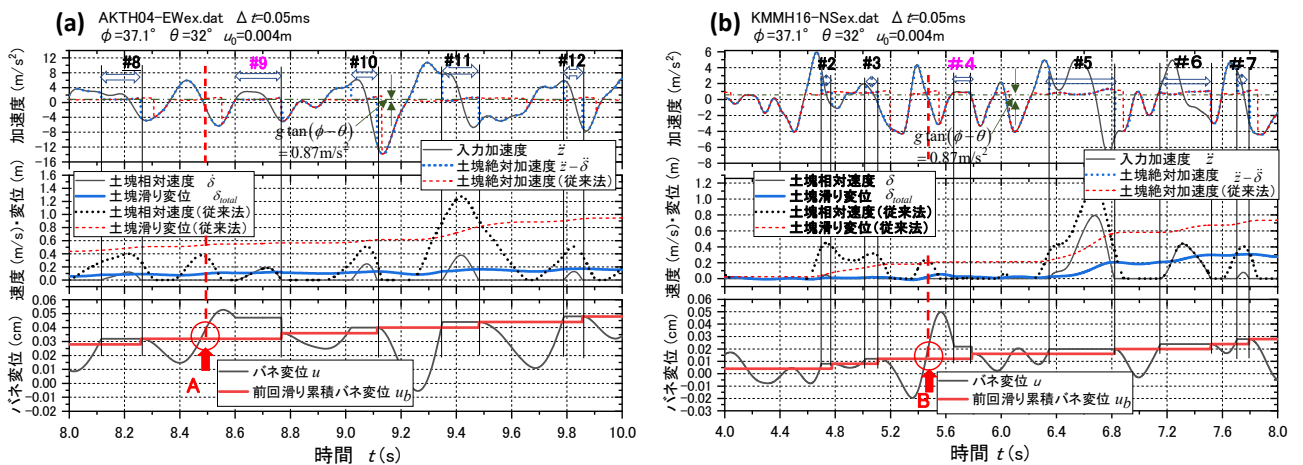


図-13 2つの地震動による主要部 (図-12 矢印区間) の応答時刻歴拡大表示と滑り発生区間：(a) 2008 年岩手宮城内陸地震 KiK-net 東成瀬 AKTH04-EW 記録 ($t=8\sim 10\text{s}$), (b) 2016 年熊本地震 KiK-net 益城 KMMH16-NS 記録 ($t=4\sim 8\text{s}$)

が生じることになり、この場合には従来法と同じく $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ で滑ることが分かる。

このように入力加速度波形に対するバネとスライダの応答に依存して、滑り開始加速度 \ddot{z} は $g \tan(\phi - \theta)$ を上回るかまたは従来法と同じ値を取ることになる。つまり予め $\ddot{z} \geq g \tan(\phi - \theta)$ が達成されていて $u - u_b = u_0$ の時点で滑り始める場合と逆の場合があり、前者では滑り開始加速度の超過現象 $\ddot{z}_0 > g \tan(\phi - \theta)$ が生じ、後者では従来法と同じ降伏加速度 $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ となる。

今回の 2つの地震波で上述の斜面条件の場合には、従来法と同じ降伏加速度で滑るのは (a)の波形では 21 回のうち 6 回、(b)では 14 回中 2 回のみであり、滑り開始加速度は $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ を上回るケースが圧倒的に多かった。実は \ddot{z}_0 が従来法と同じ $g \tan(\phi - \theta)$ となる同様な現象は前出の図-8(b)に例示した調和波応答の第 2 サイクル以降でも起きており、滑り開始加速度が第 1 サイクルと後続のサイクルで全く異なる原因となっている。

ところで、図-13 の中段に示す土塊相対速度が正値を

とる範囲は滑りが生じている時間帯に対応するが、実線で示すバネ支持法に対し点線の従来法では滑り継続時間帯も長くピーク値も高いためその積分値である累積滑り変位も当然ながら大きくなる。のみならず、従来法では滑りが生じている区間でもバネ支持法では $u - u_b = u_0$ と $\ddot{z} \geq g \tan(\phi - \theta)$ のいずれかの条件が満足できず滑りが起きないケースもあり、2つの地震波の累積変位 δ_{total} がかなり低めに算出されることが図-12 (a), (b)の地震終了時の土塊滑り変位量の比較からも明らかである。

図-14 は上記 2種類の地震加速度波について、他の条件は同一のまま、滑り開始変位 u_0 のみを前記の設定値 $u_0 = 0.004 \text{ m}$ 以外に幅広く変化させた場合に、式(11)による地震終了時の斜面累積滑り変位 $\delta_{total} = u_0 \times i + \sum \delta_i$ と累積スライダ変位 $\sum \delta_i$ 、累積滑り回数に及ぼす影響を計算した結果である。 $u_0 = 0$ に当たる従来 Newmark 法に対しわずか $u_0 = 0.001 \sim 0.002 \text{ m}$ (1~2 mm) としただけで δ_{total} は大幅に減少する。そして u_0 の増加と共に 2つの地震波の関係が逆転するなど複雑な変化は示しつつもほ

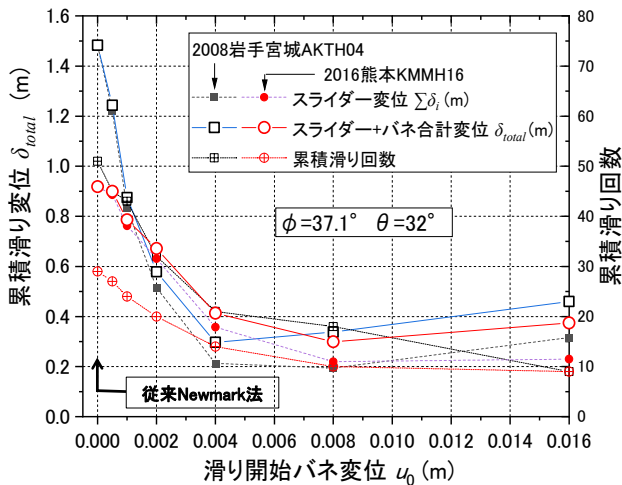


図-14 2種類の地震波形で計算した例示斜面の累積滑り変位 δ_{total} の滑り開始バネ変位 u_0 に対する変化

ば単調減少傾向を示し、 $u_0=0.004$ m 付近から大きな u_0 に対しては従来法の30~45%程度のほぼ一定値に近づくことが読み取れる。

以上の計算例からも分かるように、滑り開始変位 u_0 は降伏加速度や滑り変位に大きな影響をおよぼすため、その決め方は重要である。 u_0 の決め方については、上記の例のように明らかな滑り層が確認できる場合はその層厚と滑り開始ひずみから算定することが考えられる。しかし均質な盛土や切土斜面などで明確な弱層の特定が難しい場合は、想定滑り面直下を構成する地盤材料の土質・密度・粒度・土被りなどに応じてせん断層の厚さや降伏せん断ひずみを推定しそれより滑り開始変位を推定することも考えられよう。

8. まとめ

既往の模型実験などからは地震時斜面滑りの開始条件には加速度よりは滑りに至るまでの斜面変形やひずみエネルギーが深く関わっていることが示唆されるが、従来のNewmark斜面モデルではこの点が全く考慮されていない。本論文では、従来Newmark斜面モデルに追加したバネの変位により滑り開始を一意的に規定できるバネ支持Newmark斜面モデルを提案した。これによる計算をまず模型斜面の振動実験と対比することで実現象への適用性を確認すると共に、直線斜面の調和波入力による計算を行い各種パラメータの影響を調べた。さらに既往地震の加速度記録を用いて斜面の例示滑り計算を行い、滑り開始加速度や滑り変位についての従来法との比較などから、その有効性を検討した。これらより得られた主要な知見を以下にまとめる。

- 1) 滑り土塊直下に弱層を想定し、その強度定数 ϕ と共に変位量 u_0 で一意的に滑り開始を規定するバネ支持Newmark斜面モデルを考えた。摩擦係数 $\tan(\phi - \theta)$ のスライダと定数 $k = \rho Dg \tan(\phi - \theta) / u_0$ の線形バネを直列に繋ぐことにより、従来のNewmarkモデルのように滑り開始が降伏加速度で一意的に決まることはなくなり、バネ変位 u_0 が関わるようになる。
- 2) 砂層斜面上の鋼製ブロックの振動台モデル実験を対象としてバネ支持Newmark法による解析を試みたところ、滑動時挙動については従来Newmark法と共に良い再現性が得られることに加え、非滑動時の斜面変形の再現も可能であることが分かった。
- 3) バネ支持Newmark法で摩擦角 ϕ 、斜面角 θ の無限長直線斜面に正弦波を入力する計算を行い、その1サイクル目に着目した検討を行った。滑り開始降伏変位 u_0 を考慮することで滑り開始加速度 \ddot{z} は入力波の振動数 f と共に増加する振動台模型実験での知見とも整合し、 u_0 を考慮することの妥当性が示された。また、滑り変位は従来Newmark法と類似し、 f^2 に反比例して急激な減少傾向を示すことが分かった。
- 4) バネ支持Newmark法での滑動開始加速度 \ddot{z}_0 は滑り開始変位 u_0 がゼロ（従来Newmark法に対応）か入力波や斜面条件から決まる閾値より小さい範囲では従来法の降伏加速度 $g \tan(\phi - \theta)$ と同じ一定値となるが、閾値以上では増加傾向に転じ従来法より大きくなる。それに伴う滑り変位量 δ_{total} は上記 $\ddot{z}_0 \sim u_0$ 関係の増加開始点までは従来法と一致するが、それ以上では u_0 の増加と共に減少する。これらの滑り開始降伏加速度や滑り量の u_0 に対する変化は $\phi - \theta$ が小さい安定性の低い斜面ほど小さい u_0 の閾値から始まり、その変化割合も大きい。
- 5) このようにバネ支持法では滑り開始時の加速度 \ddot{z} が従来法の降伏加速度 $g \tan(\phi - \theta)$ を超過して計算される。これを実現象で確認するため以前の模型斜面振動台実験データを調べたところ、滑動ブロックの絶対加速度 $\ddot{z} - \delta$ は $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ を超えて増加したのち徐々に \ddot{z}_0 付近まで戻る連続的変化が観察できた。一方、単純な力学モデルによるバネ支持Newmark法計算ではこの連続的変化が一瞬で不連続的に起きる結果となるが、加速度の超過が起きるという点は実験と共通している。
- 6) 等価摩擦角が $\phi = 37.1^\circ$ で斜面角 $\theta = 32^\circ$ 、滑り厚さ 10m の直線斜面が、直下の厚さ 20 cm の弱層によりバネ変位 $u_0 = 0.004$ m（弱層せん断ひずみ $\gamma = 1.5\%$ に対応）で滑動開始する実務的条件を想定し、多数の斜面崩壊を起こした2つの既往地震記録を用いてバネ支持Newmark法での計算を行った。一つの地震中に加速度の変動により多数回起きる滑りの大半で、前回滑

りからのバネ変位増分が u_0 となった時点で入力加速度は $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ を超過して滑りが始まる。一方、モデルの動的応答によっては、まず変位増分が u_0 となりその後従来法と同じく $\ddot{z}_0 = g \tan(\phi - \theta)$ となるまで待機してからスライダが滑り始まる場合も少数ながら生じることが分かった。

- 7) このように、 u_0 を滑り開始変位として与えるバネ支持 Newmark 法では、従来 Newmark 法に比べ同じ地震による滑り開始のタイミングの遅れや滑り開始での降伏加速度の超過現象、滑り回数の減少により累積滑り変位は大幅に小さくなる。例示計算では $u_0=1\sim 2$ mm の小さな値でも δ_{total} は大幅に減少し、 $u_0=4$ mm 以上では従来法の 30~45% 程度のほぼ一定値に近づく。以上より、バネ支持 Newmark 法は従来から実務設計で使われてきた Newmark 法の工学的適用範囲において、斜面地震時滑りの実際の挙動に近づくための簡便で有効な手段であることが分かった。そのために追加すべき入力データは滑り弱層を想定した滑り開始変位 u_0 のみである。今回は均質で単純な直線斜面を対象に検討したが、さらに複雑な現実的斜面条件についての計算でも適用上の大きな困難は生じないと考えられる。今後は実斜面の崩壊事例との対比により、本計算法の適用範囲、入力データの感度、計算条件などの検討を通して有効性の実証を重ねていく必要がある。

謝辞：本研究で使用した振動台実験データは中央大学理工学部大学院博士後期課程石澤友浩氏の 2005 年度博士論文と博士前期課程小柳智行氏の 2011 年度修士論文によるものである。ここに両氏に感謝の意を表します。

REFERENCES

- 1) Newmark, N. M.: Effects of earthquakes on dams and embankments, Fifth Rankine Lecture, *Geotechnique*, Vol. 15, pp. 139-159, 1965.
- 2) Sarma, S. K.: Seismic stability of earth dams and embankments, *Geotechnique*, Vol. 25, No. 4, pp. 743-761, 1975.
- 3) Crespellani, T., Madiari, C. and Vannucchi, G.: Earthquake destructiveness potential factor and slope stability, *Geotechnique*, Vol. 48, No. 3, pp. 411-419, 1998.
- 4) Makdisi, F. I. and Seed H. B.: Simplified procedure for estimating dam and embankment earthquake-induced deformations, *Journal of Geotechnical Engineering Div.*, ASCE, Vol. 104, No. GT7, pp. 849-867, 1978.
- 5) Watanabe, H., Sato, S. and Murakami, K.: Evaluation of earthquake-induced sliding in rockfill dams, *Soils and Foundations*, Vol. 24 (3), pp. 1-14, 1984.
- 6) 石澤友浩, 國生剛治: エネルギー法による地震時斜面変形量評価法の開発, 土木学会論文 C, Vol. 62, No. 4, pp. 736-746, 2006. [Ishizawa, T. and Kokusho, T.: Development of energy approach for earthquake-induced slope displacement, *Transaction of the Japan Society of Civil*

- Engineers C*, Vol. 62, No. 4, pp. 736-746, 2006.]
- 7) 國生剛治, 石澤友浩: 地震時斜面崩壊における土塊流動距離のエネルギー的評価と実崩壊例への適用, 日本地すべり学会誌, 47 巻 3 号, pp. 121-128, 2010. [Kokusho, T. and Ishizawa, T.: Energy-based evaluation on travel distance of seismically failed slope debris and its application to case histories, *Journal of the Japan Landslide Society*, Vol. 47, No. 3, pp. 121-128, 2010.]
- 8) 國生剛治: 地震地盤動力学の基礎—エネルギー的視点を含めて—, 第 6 章 地震による斜面崩壊, 鹿島出版会, pp. 321-352, 2014 [Kokusho, T.: *Fundamentals of Earthquake Geo-Dynamics*, Chap. 6 Earthquake-induced slope failure, Kajima Publishing Company, pp. 321-352, 2014.]
- 9) Kokusho, T., Ishizawa, T. and Koizumi, K.: Energy approach to seismically induced slope failure and its application to case histories, *Engineering Geology*, Elsevier, Vol. 122, pp. 115-128, 2011.
- 10) Kokusho, T., Koyanagi, T. and Yamada, T.: Energy approach to seismically induced slope failure and its application to case histories—Supplement—, *Engineering Geology*, Elsevier, Vol. 181, pp. 290–296, 2014.
- 11) 國生剛治: エネルギー Newmark 法による地震時斜面滑り発生と滑り変位量の簡易評価, 地盤工学ジャーナル, Vol. 14, No. 1, pp. 1-16, 2019. [Kokusho, T.: Evaluation of slope stability and displacement by energy-based Newmark method using earthquake energy, *Japanese Geotechnical Journal*, Vol. 14, No. 1, pp. 1-16, 2019.]
- 12) 國生剛治, 森 二郎, 水原道法, 方 火浪: エネルギー Newmark 法による地震時斜面滑り発生と滑り変位量の簡易評価: ノート, 地盤工学ジャーナル, Vol. 17, No. 1, pp. 125-134, 2022. [Kokusho, T., Mori, J., Mizuhara, M. and Fang, H.: Evaluation of slope stability and displacement by energy-based Newmark method using earthquake energy: a research note, *Japanese Geotechnical Journal*, Vol. 17, No. 1, pp. 125-134, 2022.]
- 13) 國生剛治, 山本祐美加, 小柳智行, 斎藤雄二郎, 山田拓馬: 模型実験による地震時斜面崩壊開始エネルギー閾値の評価と実崩壊事例との対比, 地盤工学ジャーナル, Vol. 9, No. 4, pp. 721-737, 2014. [Kokusho, T., Yamamoto, Y., Koyanagi, T., Saito, Y. and Yamada, T.: Model tests on threshold energy for slope failure and associated case studies, *Japanese Geotechnical Journal*, Vol. 9, No. 4, pp. 721-737, 2014.]
- 14) Kokusho, T., Ishizawa, T. and Hara, T.: Slope failures during the 2004 Niigataken Chuetsu earthquake in Japan, *Earthquake Geotechnical Case Histories for Performance-Based Design*, Balkema, CRC Press, pp. 47-70, 2009.
- 15) 小柳智行: 地震時斜面崩壊開始のエネルギー閾値についての模型実験と斜面安定性評価への適用, 中央大学理工学部大学院博士課程前期修士論文, 2012. [Koyanagi, T.: Model experiment on threshold energy of slope failure initiation during earthquakes and application to slope stability evaluation, Chuo University, Graduate School, Master's thesis, 2012.]

(Received March 27, 2023)

(Accepted June 16, 2023)

SS-NEWMARK MODEL FOR EARTHQUAKE-INDUCED SLOPE FAILURE

Takaji KOKUSHO

In a conventional Newmark slope sliding model, a soil block is assumed to slide along a rigid sliding plane in a rigid-perfect plastic manner when input acceleration exceeds a yield value. In reality, a small deformation may well be expected to occur immediately before the sliding starts due to shear deformation in a weak sliding layer underneath the sliding block as indicated from previous model shake table tests. In this research, Spring Supported-Newmark model (SS-Newmark model) is developed combining in sequence a spring for pre-sliding deformation and a slider identical to the Newmark model, and the responses of the model to sinusoidal and earthquake acceleration motions have been calculated and compared with those by the conventional Newmark model. It is found that the SS-Newmark model can evaluate the yield accelerations clearly exceeding those in the conventional Newmark model, and such an exceedance has actually been observed in slope failures in model shaking table tests. According to example calculations on typical slopes of realistic design parameters shaken by earthquake records which triggered a plenty of slope failures, the number of successive sliding and associated sliding distance of failed debris are calculated evidently smaller in this model than in the conventional model by considering small pre-sliding yield displacements. Thus, the newly developed SS-Newmark model can be more realistic in evaluating seismic slope behavior by employing a small pre-sliding slope deformation as a slide-specific design parameter.