

正弦波・不規則波繰返し载荷による砂の損失エネルギーと液状化挙動

國生 剛治¹, 金子 陽輔², 岡田 侑子³

- 1 中央大学名誉教授
- 2 元中央大学大学院博士前期課程都市環境学専攻
- 3 元中央大学都市環境学科卒業研究生

概 要

砂の液状化挙動と損失エネルギーの関係を調べるために、中空ねじりせん断試験機を用いた正弦波と不規則波による一連の応力制御非排水繰返し载荷試験を行った。正弦波試験では、同じ相対密度・細粒分含有率の砂については、水圧上昇率・両振幅せん断ひずみが応力振幅や繰返し数によらず損失エネルギーによりほぼ一意的に決定できること、ひずみ～損失エネルギー関係は勾配の異なる3区間に分けられること、損失エネルギーを有効拘束応力で無次元化する実験的根拠があることが示された。不規則波試験でも変動幅は大きいものの、振幅・ゼロクロス回数や波形にあまりよらないほぼ一意的な損失エネルギー～水圧上昇率・両振幅せん断ひずみ関係が得られた。ただしあるひずみ振幅に達する損失エネルギーはひずみが大きくなるほど変動幅が拡大し、またゼロクロス回数の多い波ほど小さくなる傾向が表れる。不規則波形では各サイクルの中立軸の変動や波形不規則性の僅かな違いが液状化時の低拘束圧下でのひずみに大きな違いをもたらすためである。しかし工学的には、精緻な解析により評価精度を上げるより、損失エネルギーのような指標による変動幅を考慮したひずみ評価を目指す方が合理的であると思われる。

キーワード：液状化判定，波動エネルギー，損失エネルギー，ひずみエネルギー，応力ひずみ履歴ループ

1. はじめに

筆者はエネルギー法の特長を生かした簡易液状化判定法を提案し、モデル地盤や既往液状化地盤に適用して応力法（FL法）と比較することにより適用性と特徴を調べた^{1),2),3)}。その結果、現行のFL法とエネルギー法は幾つかの代表的地震動について類似の判定結果を与えた一方で、加速度が小さい割に周期や継続時間が長くエネルギーが大きい地震動あるいはその逆のような地震動の場合に両者の差は大きくなるため、両者での評価を実施し、相互に対比することが望ましいことを指摘した。

エネルギーに基づく液状化予測の基本原則は応力法と似て、地盤各層が有する液状化発生に対応した損失エネルギーと地震動による供給エネルギーとの大小関係を比較することである^{1),2),3),4),5)}。このうち液状化に関わる損失エネルギー測定の研究は我国^{6),7)}や米国の研究者⁸⁾によって行われ、応力制御またはひずみ制御の非排水繰返しせん

断試験での間隙水圧の上昇率が砂の損失エネルギーと良好な一意的関係にあることが示された。

これらの研究のほとんどは水圧上昇率100%の初期液状化時点までの間隙水圧に注目したもので、それ以降の発生ひずみの増加と損失エネルギーの関係はほとんど触れられていない。また一部不規則波によるものもあるが⁷⁾ほとんどが正弦規則波によるもので、不規則波による発生ひずみをエネルギーの観点から調べた研究は極めて少ない。

本研究では中空ねじりせん断試験機を用い、室内調整砂の正弦波および不規則波による一連の系統的な非排水繰返しせん断試験を行い、過剰間隙水圧だけでなく特に発生ひずみと砂の損失エネルギーの基本的関係を調べる。正弦波試験では砂の相対密度・細粒分含有率・初期有効拘束圧の影響を、種々の地震記録に基づいた不規則波試験では波形の不規則性が及ぼす影響を調べ、エネルギーによる液状化予測とくに発生ひずみの予測への適用性と留意点を明らかにする。

2. 試験法とデータ整理法

ここで用いた中空ねじりせん断試験機と供試体の概要を図1(a), (b)にそれぞれ示す。供試体サイズは内側半径 $a=30$ mm, 外側半径 $b=50$ mm, 高さ $H=100$ mm である。試験に用いた千葉県富津の埋立砂は平均粒径 $D_{50}=0.19$ mm, 均等係数 $U_c=1.9$ の細砂で, 丸みを帯びた硬質な粒子からなる。それに非塑性細粒分を混合させるケースでは石灰質の石粉を用いた。これらの粒度分布と物理特性を図2(a), (b)に示す。このうち最小・最大密度についてはJIS試験法⁹⁾に従って決定している。本来細粒分含有率 $F_c \leq 5\%$ が適用条件とされているが, ここでは砂粒子の直接的接触が失われ細粒分マトリックスの中に浮いた状態になる限界細粒分含有率 (20~30%)¹⁰⁾の近傍までは相対密度の概念がほぼ適用可能として拡大適用している。

供試体はモールド内で湿潤砂を金属突き固め棒で目標相対密度 D_r を目指し作成した。その後, CO₂ 通気・脱気水通水により飽和させ, 円筒供試体の外周と中空部から等しい有効拘束圧 σ'_c を加えて等方圧密した。背圧 196 kPa の下で拘束圧を $\sigma'_c=98$ kPa を中心に $\sigma'_c=49, 196$ kPa の3段階に設定してB値測定により飽和度を確認の上, 円筒供試体に下端固定で上端に繰返しせん断応力を加え非排水繰返しせん断試験を行った¹¹⁾。

繰返しせん断応力 τ_d は 0.1 Hz の正弦波あるいは時間軸を 10 倍に伸ばした不規則地震波を用いた。せん断応力は圧力セル室内の供試体キャップ直上に取り付けた軸荷重・トルク荷重用ロードセルで計測したトルク T より, 応力の均一分布を仮定して次式で算定した。

$$\tau_d = \frac{3T}{2\pi(b^3 - a^3)} \quad (1)$$

またせん断ひずみ γ は供試体の上端キャップの回転角 θ より肉厚中心での値を次式により算出した¹¹⁾。

$$\gamma = \frac{a+b}{2H}\theta \quad (2)$$

繰返し载荷中の計測項目はセル圧, 間隙水圧, トルク荷重, 軸荷重, キャップ回転角, 軸変位である。図3には相対密度 $D_r=45\%$, 細粒分含有率 $F_c=0\%$ の供試体に有効拘束圧 $\sigma'_c=98$ kPa で繰返し応力比 $CSR = \tau_d/\sigma'_c = 0.236$ の正弦波载荷をした場合の代表的測定値: (a)せん断応力 τ_d , (b) 基準化過剰間隙水圧 $\Delta u/\sigma'_c$, (c) せん断ひずみ γ , (d) 基準化累積損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c$, (e) 軸応力, (f) 軸ひずみの時刻歴を示す。この例では繰返し回数 $N_c=13$ 回あたりで間隙水圧はほぼ $\Delta u/\sigma'_c=1.0$ まで増加し, 同時にせ

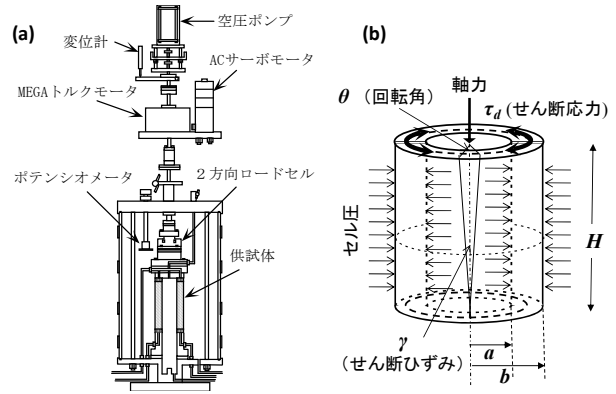
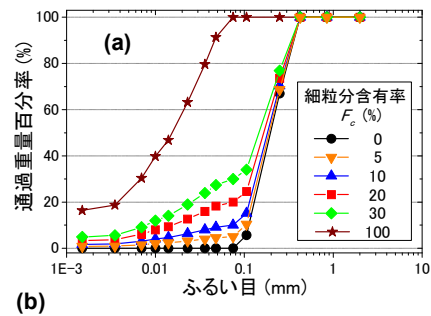


図1 中空ねじりせん断試験機(a)と供試体(b)



(b)

細粒分含有率 F_c (%)	土粒子密度 ρ_s (g/cm ³)	最大密度 ρ_{dmax} (g/cm ³)	最小密度 ρ_{dmin} (g/cm ³)	最小間隙比 e_{min}	最大間隙比 e_{min}
0	2.715	1.624	1.289	1.106	0.672
5	2.739	1.717	1.323	1.070	0.595
10	2.742	1.777	1.302	1.106	0.543
20	2.739	1.886	1.261	1.172	0.452
30	2.729	1.902	1.171	1.330	0.435

図2 土質材料の粒度分布(a)と物理特性(b)

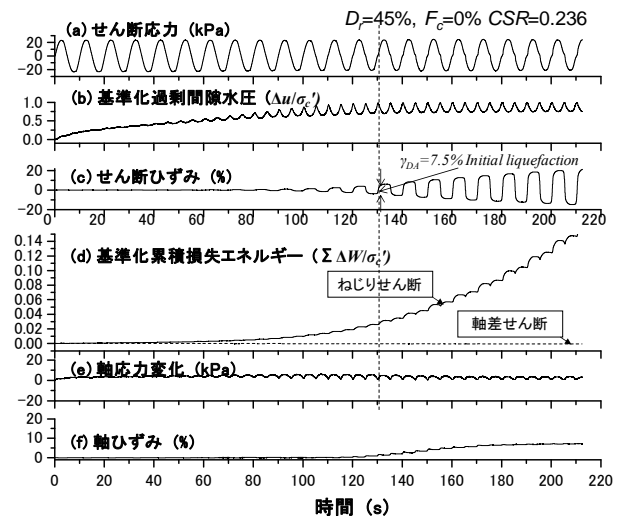


図3 正弦波試験での測定記録例 ($D_r=45\%$, $F_c=0\%$, $CSR=0.236$)

ん断ひずみ振幅が $\gamma_{DA}=7.5\%$ 程度に増加するが, それと共に損失エネルギーも急増する。一方, (e) 軸応力変化と(f)

軸ひずみは終始ゼロを保つべきだが、間隙水圧上昇率が1.0に達する前後から供試体の自重や鉛直・水平方向の拘束応力のわずかな違いによる変化が現れる。この軸方向と側方向での直応力と直ひずみの違いにより生じる損失エネルギー（水平から45°面上のせん断応力とせん断ひずみのヒステリシスによる）は、例えば図3(d)に破線カーブで示すように実線カーブのねじりせん断による損失エネルギーに比して非常に小さく、全実験を通して最大でも2オーダー以下であることを確認している。また水平面でのねじりせん断応力とせん断ひずみから下記の式(3)で計算され本研究で対象としている損失エネルギーは、それとは独立に扱うことができると考えられる。

図4には図3と同じ試験での応力～ひずみ関係(a)と有効応力経路(b)を例示している。第*i* サイクル目のABCDEFHGA'での損失エネルギー ΔW_i は

$$\Delta W_i = \sum_{sc} \tau \Delta \gamma \approx \oint \tau d\gamma \quad (3)$$

で表わされ、 \sum_{sc} と \oint は図中の微小ひずみ幅 $\Delta \gamma$ の短冊部分 PQQ'P'を1サイクルについて合算あるいは γ で積分することで求められる。実際、式(3)を1サイクル分計算すれば $\tau \Delta \gamma$ の符号変化により面積(PQRS)と面積(P'Q'RS)の引き算で自動的に面積(PQQ'P')が算定されることが分かる。図3(d)に示した累積損失エネルギーの時刻歴は ΔW_i を初期から任意のサイクルまでサイクル毎に累積したもので

$$\sum_i \Delta W_i \equiv \sum \sum_{sc} \tau \Delta \gamma \approx \sum \oint \tau d\gamma \approx \int \tau d\gamma \quad (4)$$

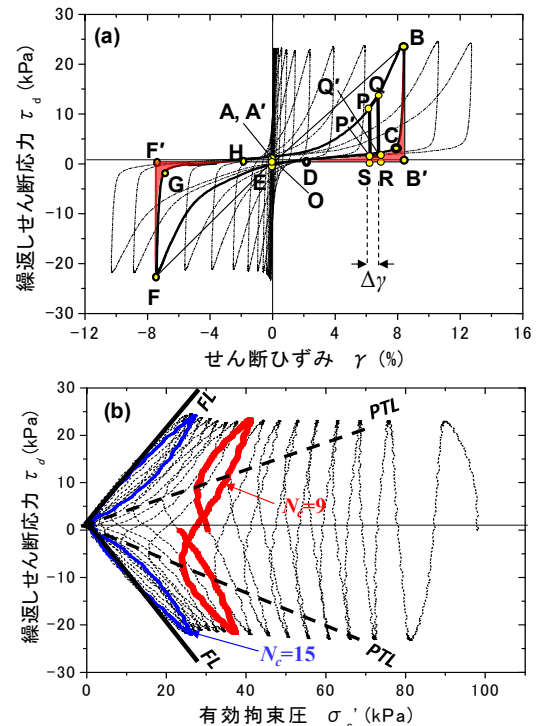


図4 正弦波試験での(a)応力～ひずみ関係と(b)有効応力経路 ($D_r=45\%$, $F_c=0\%$, $CSR=0.236$)

のように表され、応力～ひずみ関係を γ で連続的に積分することにより容易に得られる。なお ΔW_i の次元は単位体積当たりのエネルギー例えば kJ/m^3 であり、応力の次元例えば kN/m^2 と同じであることは容易に分かる。この定式化は正弦波のみでなく、任意の不規則波による応力ひずみ関係にもそのまま適用可能であることは言うまでもない。

表1. 正弦規則波による試験条件・主要結果一覧

有効拘束圧 σ'_c (kPa)	目標相対密度 D_r (%)	細粒分含有率 F_c (%)	実測 D_r (%)	せん断応力比 CSR	載荷繰返し回数 N_c			CRR γ_{D4} $=7.5\%$ $N_c=20$	関数近似 $CRR=a \times (N_c)^b$			CRR 計算値 ($N_c=20$)			損失エネルギー $\Sigma \Delta W/\sigma'_c$		
					γ_{D4} (%)				a -値	b -値	γ_{D4} (%)			γ_{D4} (%)			
					3	7.5	15				3	7.5	15	3	7.5	15	
98	50	0	51	0.353	2.6	4.2	6.2				0.209	0.235	0.261	0.0126	0.0310	0.0574	
98	50	0	51	0.236	9.2	11.7	14.2				0.193	0.206	0.216	0.0135	0.0262	x	
98	50	0	45	0.236	10.8	12.7	14.7	0.225	0.487	-0.258	0.201	0.210	0.218	0.0138	0.0254	0.0435	
98	50	0	50	0.205	30.3	34.1	37.2				0.228	0.235	0.241	0.0198	0.0344	0.0550	
98	50	0	52	0.188	52.7	55.2	59.2				0.241	0.244	0.249	0.0162	0.0262	0.0460	
98	50	10	55	0.201	4.7	5.1	5.6				0.177	0.179	0.180	0.0069	0.0125	0.0198	
98	50	10	46	0.184	14.7	15.2	15.6	0.179	0.232	-0.088	0.179	0.180	0.180	0.0070	0.0114	0.0173	
98	50	10	55	0.182	15.1	15.6	15.7				0.177	0.178	0.178	0.0067	0.0109	0.0180	
98	50	20	44	0.170	5.1	5.1	5.1				0.137	0.137	0.137	0.0048	0.0078	0.0130	
98	50	20	43	0.151	9.2	9.6	9.6	0.136	0.219	-0.159	0.133	0.134	0.134	0.0062	x	x	
98	50	20	53	0.119	46.7	47.6	48.1				0.136	0.137	0.137	0.0073	0.0118	0.0178	
98	50	30	45	0.126	25.7	25.7	25.8				0.132	0.132	0.132	0.0040	0.0075	0.0133	
98	50	30	51	0.111	46.3	46.7	46.7	0.132	0.246	-0.207	0.132	0.132	0.132	0.0037	0.0063	0.0106	
49	50	0	50	0.213	11.6	13.7	17.2				0.202	0.205	0.210	0.0117	0.0200	0.0424	
49	50	0	48	0.215	14.2	17.1	19.7	0.208	0.282	-0.101	0.208	0.212	0.215	0.0172	0.0281	0.0423	
49	50	0	50	0.165	191.1	194.1	200.2				0.207	0.208	0.208	0.0191	0.0260	0.0500	
196	50	0	46	0.245	8.1	9.6	11.1				0.211	0.217	0.222	0.0140	0.0268	0.0450	
196	50	0	48	0.211	22.7	24.7	26.2	0.208	0.359	-0.167	0.215	0.219	0.221	0.0186	0.0302	0.0478	
196	50	0	47	0.183	52.1	54.1	55.7				0.215	0.216	0.217	0.0235	0.0336	0.0463	
98	30	0	26	0.232	5.7	6.1	6.6				0.195	0.197	0.200	0.0070	0.0136	0.0204	
98	30	0	28	0.190	5.7	6.2	6.6				0.160	0.162	0.164	0.0064	0.0110	0.0155	
98	30	0	29	0.197	10.2	11.0	11.7				0.180	0.182	0.183	0.0061	0.0103	0.0167	
98	30	0	35	0.172	24.7	26.1	26.7	0.180	0.269	-0.135	0.177	0.178	0.179	0.0105	0.0151	0.0207	
98	30	0	28	0.168	27.1	27.7	28.1				0.175	0.176	0.176	0.0074	0.0116	0.0177	
98	30	0	31	0.151	84.6	85.6	86.2				0.183	0.184	0.184	0.0144	0.0181	0.0232	
49	30	0	31	0.227	3.7	4.6	5.1				0.173	0.179	0.182	0.0070	0.0115	0.0190	
49	30	0	30	0.180	14.1	15.8	16.3	0.178	0.289	-0.161	0.170	0.173	0.174	0.0076	0.0125	0.0194	
49	30	0	29	0.183	18.7	20.1	20.6				0.181	0.183	0.184	0.0091	0.0133	0.0200	
196	30	0	31	0.210	4.7	5.6	6.1				0.170	0.174	0.176	0.0087	0.0144	0.0237	
196	30	0	29	0.185	22.2	23.1	23.6	0.175	0.273	-0.148	0.188	0.189	0.190	0.0128	0.0187	0.0249	
196	30	0	35	0.153	29.6	30.6	31.6				0.162	0.163	0.164	0.0095	0.0148	0.0210	

3. 正弦波による試験結果

表 1 に本論文で用いた正弦波繰返し応力による相対密度 $D_r \approx 50\%$, 30% , 細粒分含有率 $F_c = 0 \sim 30\%$ の砂についての初期有効拘束圧 $\sigma'_c = 49, 98, 196 \text{ kPa}$ での非排水繰返し試験の主な条件と結果の一覧を示す¹¹⁾。

図 5 は両振幅せん断ひずみ $\gamma_{DA} = 7.5\%$ に対応した繰返し応力比 $CSR = \tau_d / \sigma'_c$ の繰返し回数 N_c に対する両対数プロットを $D_r \approx 50\%$, $F_c = 0 \sim 30\%$, $\sigma'_c = 49 \sim 196 \text{ kPa}$ (a) と $D_r \approx 30\%$, $F_c = 0\%$, $\sigma'_c = 98 \text{ kPa}$ (b) について示している。 D_r が小さく F_c が大きいほど CSR が低下する傾向は明らかな一方で, σ'_c の違いによる明瞭な影響は読み取れない。図 5 に示すように両対数グラフ上のプロットを直線近似した場合, 直線は次式で表わされる。

$$CSR = a \times (N_c)^b \quad (5)$$

ここに a は $N_c = 1$ での CSR 値, b は直線の勾配を決める負のべき定数で, 各試験条件ごとに最小二乗法で求めた値が表 1 に示されている。また通常実務でのデータ整理法に則り, これらの a, b の値を使って式(5)により計算した強度比 CRR ($\gamma_{DA} = 7.5\%$, $N_c = 20$) を表 1 に示す。さらに損失エネルギーとの関連を検討するために, 各試験条件ごとに個別のプロット点の CSR と N_c の座標点を通る勾配 b の直線が $N_c = 20$ を通過する点の繰返し強度比 CRR を $\gamma_{DA} = 3, 7.5, 15\%$ について計算し, 表 1 に纏めている。

(1) 損失エネルギーと水圧上昇・発生ひずみの関係

図 6 には表 1 の最初に示した 5 回の試験 ($D_r \approx 50\%$, $F_c = 0\%$, $\sigma'_c = 98 \text{ kPa}$) で得られた基準化累積損失エネルギー

$-\sum \Delta W / \sigma'_c$ (これ以降, 損失エネルギーと略称) と間隙水圧および発生せん断ひずみの関係を示す。個々の試験での実際の相対密度値 D_r , 応力比 CSR , $\gamma_{DA} = 7.5\%$ (初期液状化) に達する繰返し回数 N_L は図中に示されている。図 6(a) ~ (e) の各グラフの細い破線と点線は, 時間刻み毎の基準化水圧 $\Delta u / \sigma'_c$ とひずみ γ の損失エネルギーに対する全プロットを表す。また中途記号を結んだ実線はこれらを整理した各サイクル毎のピーク水圧の上昇率 $r_u = (\Delta u / \sigma'_c)_{\text{peak}}$ と各サイクル終了時損失エネルギーとの関係を表し, 中空記

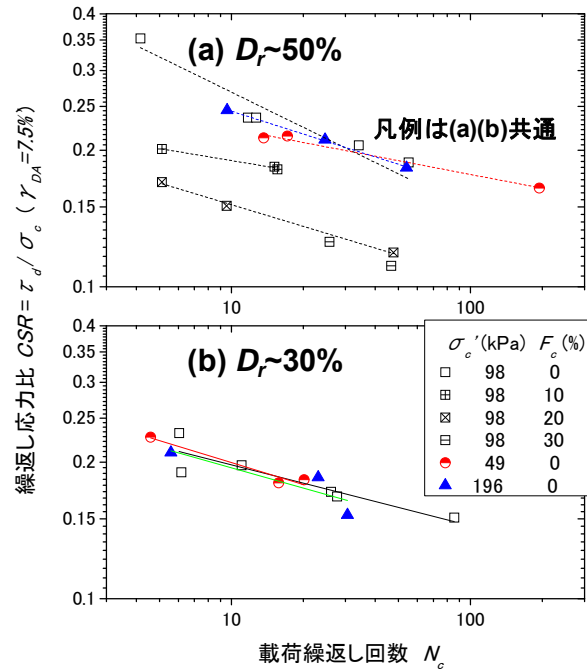


図 5 正弦波試験での繰返し応力比 CSR と繰返し回数 N_c の関係: (a) $D_r \approx 50\%$, (b) $D_r \approx 30\%$

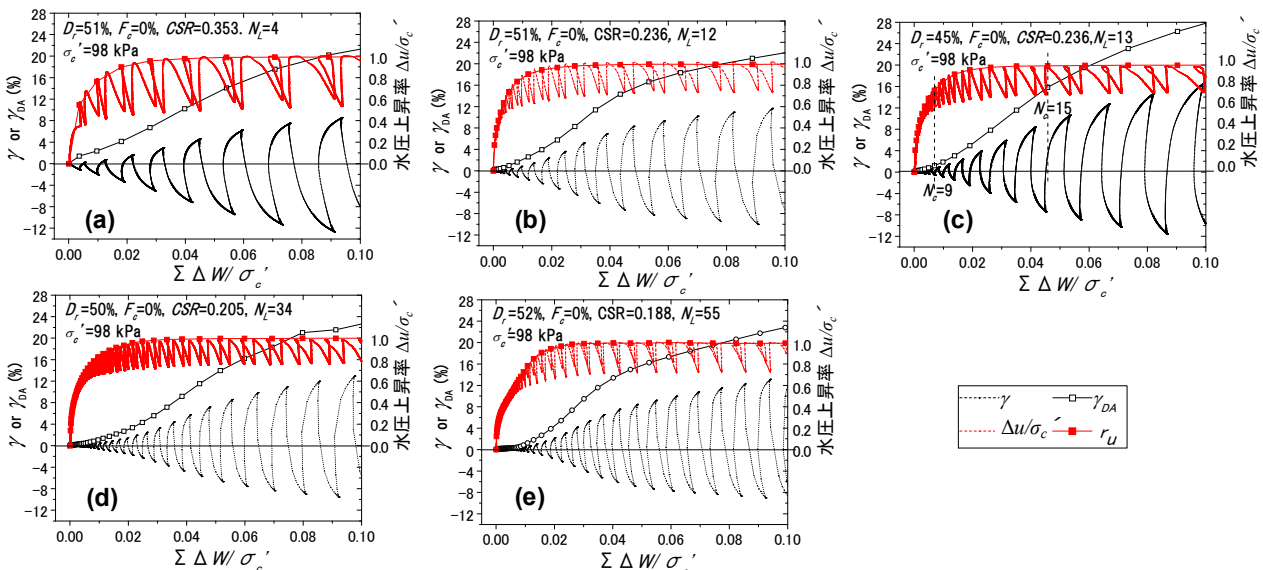


図 6 $D_r \approx 50\%$, $F_c = 0\%$, $\sigma'_c = 98 \text{ kPa}$ の 5 つの正弦波試験での損失エネルギー～水圧・せん断ひずみ関係

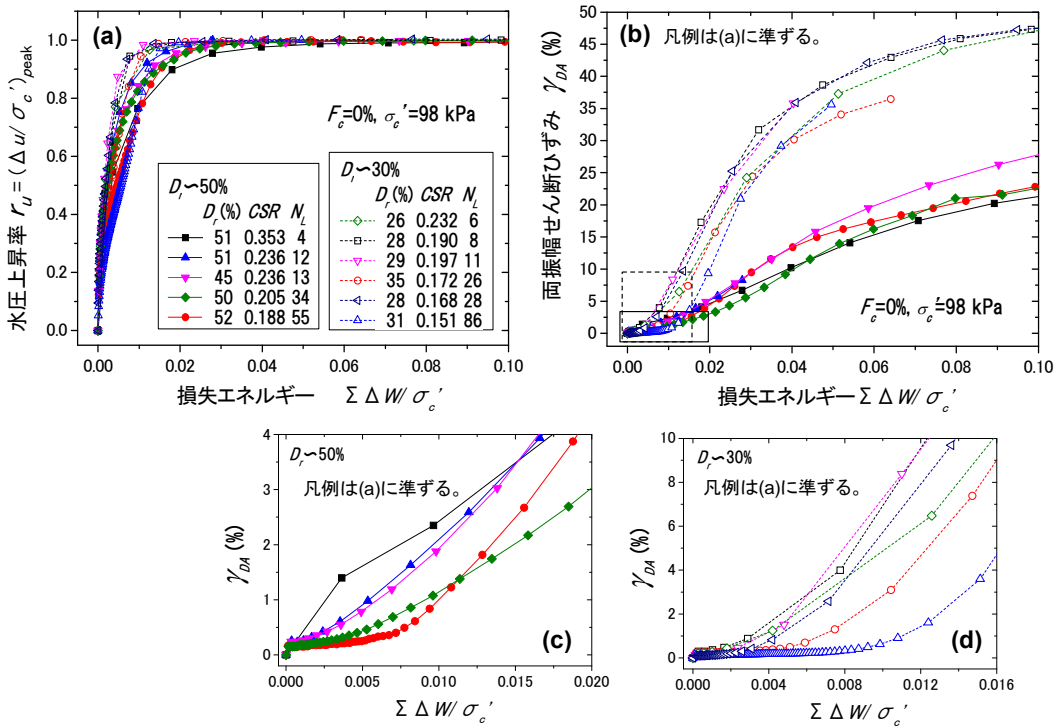


図7 $D_r=50\% \cdot 30\%$, $F_c=0\%$, $\sigma'_c=98$ kPa の損失エネルギー～水圧上昇率・せん断ひずみ関係の重ね合わせ：
 (a) 水圧上昇率, (b) ひずみ, (c) ひずみ原点付近拡大 ($D_r=50\%$), (d) ひずみ原点付近拡大 ($D_r=30\%$)

号を結んだ実線は各サイクル毎の両振幅ひずみ γ_{DA} と各サイクル終了時損失エネルギーとの関係を示している。

水圧上昇率 r_u ～損失エネルギー関係は初期液状化に対応した $\Delta u/\sigma'_c=1.0$ の上限値を有するカーブで、ほぼ $\Sigma \Delta W/\sigma'_c=0.02\sim 0.04$ で上限値に到達する。一方、両振幅ひずみ γ_{DA} ～損失エネルギー関係は2つの変曲点を持つカーブとなり、第1変曲点で増加した勾配が第2変曲点で低下するような形状を示す。第1変曲点については、例えば図6(c)と同じ試験の有効応力経路図4(b)と見比べると、第1変曲点が現れる繰返し回数 $\Sigma \Delta W/\sigma'_c \approx 0.007$ ($N_c=9$) は図4(b)に破線で示した変相線 (PTL)¹⁰を応力経路が半分以上跨ぐ時点に対応していることが判る。また、第2変曲点が現れる $\Sigma \Delta W/\sigma'_c \approx 0.046$ ($N_c=15$) は水圧がほぼ $r_u=1.0$ に到達しており、図4(b)の応力経路が $\sigma'_c=0$ の原点を通り破壊線 (FL) に沿って変動する時点に対応していることが図6(c)の水圧上昇率からも読み取れる。つまり、正弦波応力による液状化試験でのせん断ひずみ γ_{DA} ～損失エネルギー $\Sigma \Delta W/\sigma'_c$ 関係は以下の3区間に分けられる。

区間 I: 初期から第1変曲点までの繰返し载荷による負のダイレイタンスーが卓越する区間で、損失エネルギー増分に対するひずみの増分は小さい。

区間 II: 第1変曲点から第2変曲点までの区間で変相線の影響を大きく受け、载荷時には主に正のダイレイタンスーが除荷時には負のダイレイタンスーが生じること

により、1サイクル毎の損失エネルギー増分に対するひずみ増分は大きくなる。

区間 III: 有効応力経路が原点に到達した後の繰返し载荷により载荷時の有効応力経路がほぼ破壊線に沿って変動する区間で、損失エネルギー増分に対するひずみの増分は II より小さい。

図7(a),(b)には図6に示した $D_r \approx 50\%$ の試験で得られた r_u ～損失エネルギー関係と γ_{DA} ～損失エネルギー関係を中途記号で重ね合わせ、中空記号で示す $D_r \approx 30\%$ についての同様なカーブと対比している。水圧上昇率 r_u については相対密度 $D_r \approx 50\%$ と 30% の間での差は大きくはないにしろ存在し、 $r_u=1.0$ にいたる損失エネルギーは $D_r \approx 50\%$ で $\Sigma \Delta W/\sigma'_c=0.04$ 程度、 $D_r \approx 30\%$ では $\Sigma \Delta W/\sigma'_c=0.02$ 程度と違いがある。また同じ目標 D_r でのカーブは D_r 設定誤差などによるバラツキはあるもののほぼ整合している。ただし、初期液状化に至る繰返し回数 N_L が50回程度以上の場合、同じ損失エネルギーに対する r_u の上昇が遅れる傾向があるが、 r_u が1.0に近づくにしたがって上昇勾配が他より増加し $r_u=1.0$ となる損失エネルギーに大きな違いはない。

図7(b)の両振幅ひずみ γ_{DA} については相対密度 $D_r \approx 50\%$ と 30% の間で明瞭な違いが表れ、同じ損失エネルギーに対し当然後者の発生ひずみはるかに大きくなる。このように相対密度 D_r が $\Sigma \Delta W/\sigma'_c \sim \gamma_{DA}$ 関係に及ぼす影響は $\Sigma \Delta W/\sigma'_c \sim r_u$ 関係に比べて格段に大きい。ただし同じ目

標 D_r の中では D_r の設定誤差などによりバラツキはあるものの、ほぼ整合したカーブとなっている。このように、両振幅ひずみは $\gamma_{DA}=7.5\%$ 以上でも $\sum \Delta W/\sigma'_c$ とほぼ一意的関係があり、初期液状化発生以降の液状化の激しさを表す重要なパラメータと考えることができる。

さらに $\sum \Delta W/\sigma'_c \sim \gamma_{DA}$ 関係を詳細に見るために、図 7(c), (d) には原点近くに示す矩形枠内の $D_r \approx 50\%$, 30% の拡大グラフを示す。第 1 変曲点の現れる損失エネルギーはすべて $\sum \Delta W/\sigma'_c < 0.01$ の範囲にあるが、 CSR が小さく初期液状化までのサイクル数 N_L の大きな場合ほど第 1 変曲点の損失エネルギーが大きくなる大まかな傾向が確認できる。つまり損失エネルギーと発生ひずみの関係は図 7(b) で

述べたように $D_r \approx 50\%$, 30% 共にほぼ一意性があるものの、ミクロに見れば厳密な一意性はなく N_L あるいは CSR によって変化することが分かる。それにも関わらず $\gamma_{DA} \sim \sum \Delta W/\sigma'_c$ カーブの N_L によるこのような違いが相殺しあい、さらに試験データのバラツキにも影響され、後ほど図 20 で述べるように規則波についてはある一定の γ_{DA} 値に達するための $\sum \Delta W/\sigma'_c$ が N_L に対し明瞭な変化傾向を示さない結果になる。

図 8 は $D_r \approx 50\%$ で細粒分が $F_c=0\sim 30\%$ の砂を $\sigma'_c=98$ kPa で試験した場合の (a) $r_u \sim$ 損失エネルギー関係と (b) $\gamma_{DA} \sim$ 損失エネルギー関係を示す。中空記号が $F_c=10, 20, 30\%$ に対応し、中塗記号は $F_c=0\%$ で、既に図 7 に同じ記号で示

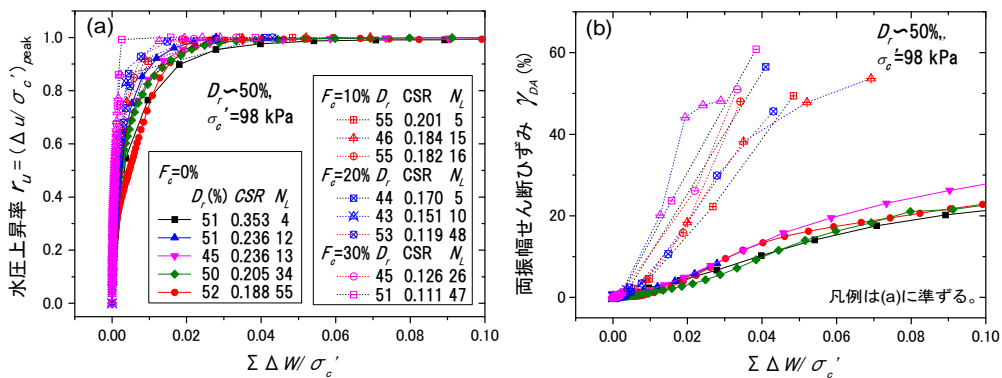


図 8 $D_r \approx 50\%$, $F_c=0\sim 30\%$, $\sigma'_c=98$ kPa の損失エネルギー～水圧上昇率・せん断ひずみ関係の重ね合わせ：
(a) 水圧上昇率, (b) ひずみ

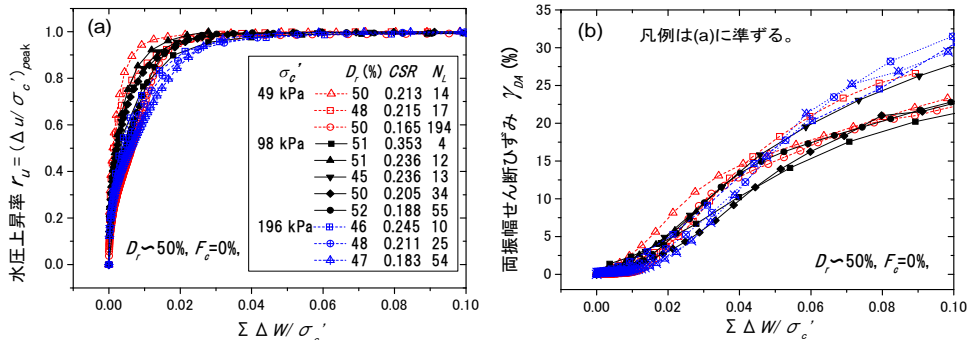


図 9 $D_r \approx 50\%$, $F_c=0\%$, $\sigma'_c=49, 98, 196$ kPa の損失エネルギー～水圧上昇率・せん断ひずみ関係の重ね合わせ：
(a) 水圧上昇率, (b) ひずみ

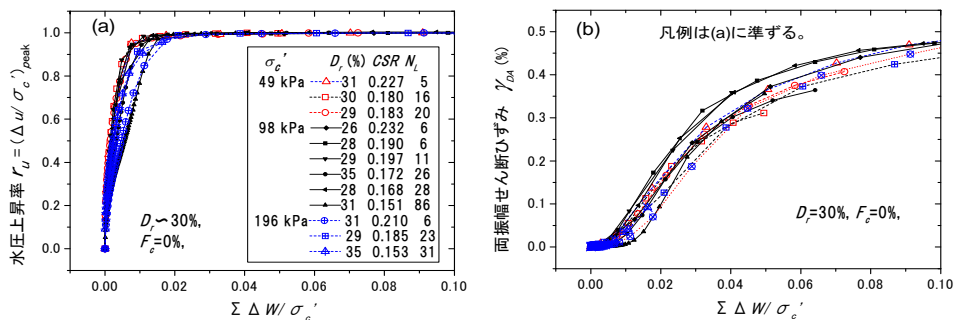


図 10 $D_r \approx 30\%$, $F_c=0\%$, $\sigma'_c=49, 98, 196$ kPa の損失エネルギー～水圧上昇率・せん断ひずみ関係の重ね合わせ：
(a) 水圧上昇率, (b) ひずみ

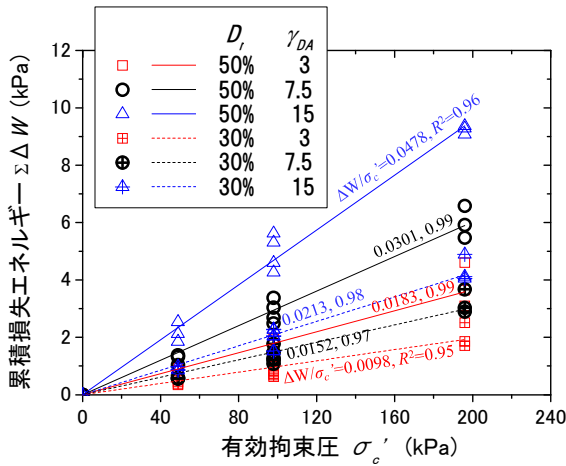


図 11 $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ に到達する損失エネルギーと有効拘束圧の関係

したものである。図 8(a)の水圧は F_c が増加するほど同じ損失エネルギーに対し早めに増加し、 $\Sigma\Delta W/\sigma'_c < 0.02$ で $\Delta u/\sigma'_c = 1.0$ に到達する傾向が見られる。 $F_c = 0$ の場合には $\Sigma\Delta W/\sigma'_c = 0.04$ 程度であることとの違いがあり、特に $F_c = 0$ と 10%の間での変化が大きい。図 8(b)のひずみではバラツキは大きいものの、 F_c が増加するほど同じ損失エネルギーに対し発生ひずみが大幅に増大する傾向がうかがえ、やはり $F_c = 0$ と 10%の間での変化が大きい。

図 9 は $D_r \approx 50\%$, $F_c = 0\%$ の砂について有効拘束圧を $\sigma'_c = 49, 98, 196$ kPa の 3 段階に変化させた試験での $r_u \sim$ 損失エネルギー関係(a)と $\gamma_{DA} \sim$ 損失エネルギー関係(b)を示している。 $\sigma'_c = 98$ kPa についてのプロットは図 7 に既に表示したものと同一である。図 10 は $D_r \approx 30\%$, $F_c = 0\%$ についての同様な関係である。拘束圧の影響は特に $r_u \sim$ 損失エネルギー関係の $D_r \approx 50\%$ の図 9(a)に見られ、 $r_u = 1.0$ に達する損失エネルギーは $\sigma'_c = 49$ kPa \rightarrow 196 kPa に対し $\Sigma\Delta W/\sigma'_c = 0.02 \rightarrow 0.04$ に変化する。一方、ひずみについて拘束圧の影響はデータのバラツキに比べそれほど大きくはない。

同じ試験データに基づき拘束圧の損失エネルギーへの影響を見るために、図 11 には $\gamma_{DA} = 3, 7.5, 15\%$ に対応するエネルギー $\Sigma\Delta W$ とその試験での有効拘束圧 σ'_c をグラフの縦軸と横軸にとりプロットしている。これより $D_r \approx 50\%$, 30%で両者は実質的に比例関係にあると見て良いことが分かる。また同様な比例関係は別の研究者⁸⁾の試験データの整理からも確認されている¹⁾。実際、本論文でもエネルギーの基準化は $\Delta W/\sigma'_c$ のように行っているが、これは単位体積当たりのエネルギー（エネルギー密度） ΔW が拘束圧 σ'_c と次元が同じであることによるだけでなく、実際の試験データからも根拠があることを意味している。

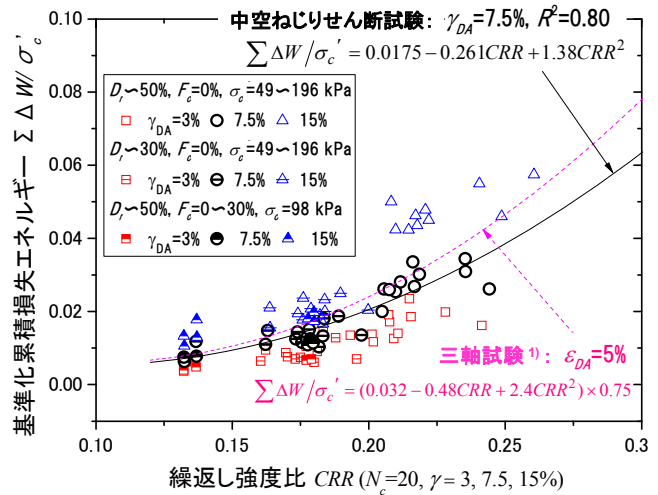


図 12 $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ についての応力法の繰返し強度比と損失エネルギーの関係

(2) 損失エネルギーと繰返し強度比の関係

ここまで分析した損失エネルギーと両振幅ひずみの関係はエネルギーに基づく液状化予測法^{例えは 1), 4)}に適用できるが、この損失エネルギー $\Sigma\Delta W/\sigma'_c$ と現在使われている応力による液状化予測法（FL 法）での繰返し応力比 CRR (R_L) との関連を調べておくことは重要である。図 12 では図 7~10 から読み取り表 1 に纏められている両振幅せん断ひずみ $\gamma_{DA} = 3, 7.5, 15\%$ に対応した損失エネルギー $\Sigma\Delta W/\sigma'_c$ を、同じく表 1 に纏められている各ひずみに対応した CRR に対してプロットしている。これよりバラツキはあるものの、両者の間には各ひずみについて明瞭な正の相関が認められる。初期液状化 $\gamma_{DA} = 7.5\%$ のプロットについては次式の 2 次関数で近似すると図 12 に示す実線のように表わされ、決定係数は $R^2 = 0.80$ となる。

$$\Sigma\Delta W/\sigma'_c = 0.0175 - 0.261 \cdot CRR + 1.38 \cdot CRR^2 \quad (6)$$

ここで注目すべきは、ここに含むデータは D_r , F_c , σ'_c が幅広く変化しているにも関わらず、 $\Sigma\Delta W/\sigma'_c \sim CRR$ 関係はほぼ一意的となることである。また図中には比較のため同じ富津砂についての一連の三軸液状化試験で求められた同様な近似曲線¹⁾を破線で示している。この際、中空ねじり試験での $\gamma_{DA} = 7.5\%$ に対応した CRR ($N_c = 20$) の設定条件を、非排水条件での供試体ポアソン比 $\nu = 0.5$ を前提に、三軸試験では両振幅軸ひずみ $\epsilon_{DA} = \gamma_{DA}/(1+\nu) = 5\%$ と設定し、さらに三軸試験で得られた応力 \sim ひずみループ^{例えは 1)}から軸応力 $\sigma_d = 2\tau_d$ と軸ひずみ $\epsilon = \gamma/(1+\nu)$ で計算した損失エネルギー ΔW_{TX} を中空ねじり単純せん断試験での τ_d と γ で計算した損失エネルギー ΔW_{TSS} と比べる。すると $\Delta W_{TX} = \int \sigma_d d\epsilon = \int 2\tau_d d\gamma/(1+\nu) = (2/1.5) \int \tau_d d\gamma = (4/3) \Delta W_{TSS}$

であるから、 $\Delta W_{TSS} = 0.75\Delta W_{TX}$ となることを考慮している。これより試験方法やせん断応力載荷方法の大きく異なる三軸試験との比較では同じ CRR に対し多少小さな損失エネルギーとなるものの、類似した関係であることが確認できる。

4. 不規則波による試験結果

(1) 用いた不規則波の特徴

表2は6種類の不規則繰返し応力波A~Fを使って相対密度 $D_r \approx 50\%$ 、細粒分含有率 $F_c = 0\%$ の富津砂について $\sigma'_c = 98 \text{ kPa}$ で行った一連の試験の条件と結果を纏めている。これら不規則波は、近年我が国での4つの強地震で観測された以下の6つの加速度波形を用いている。

- A : 2007年新潟県中越沖地震 ($M_f=6.8$) K-NET 柏崎地表波形 (EW)
- B : 1995年兵庫県南部地震 ($M_f=7.2$) ポートアイランド (PI) 鉛直アレー地表波形 (NS)
- C : 同上PI鉛直アレー地中GL-32.4m 仮想地表波形 (NS)
- D : 1995年兵庫県南部地震 ($M_f=7.2$) 高砂 (TKS) 鉛直アレー地表波形 (NS)
- E : 2003年十勝沖地震 ($M_f=8.0$) K-NET 北見地表記録 (EW)
- F : 2011年東北地方太平洋沖地震 ($M_f=9.0$) K-NET 浦安地表記録 (EW)

これらの地震は近傍の地殻内タイプから遠方の海洋プレート境界タイプまであり、表2に示すように気象庁マグニチュードは $M_f=6.8 \sim 9.0$ 、震源距離も $R=24 \sim 380 \text{ km}$ にわたっている。記録の大半は地表加速度記録であるが、CのみはPI鉛直アレー地震観測記録から等価線形重複反射解析

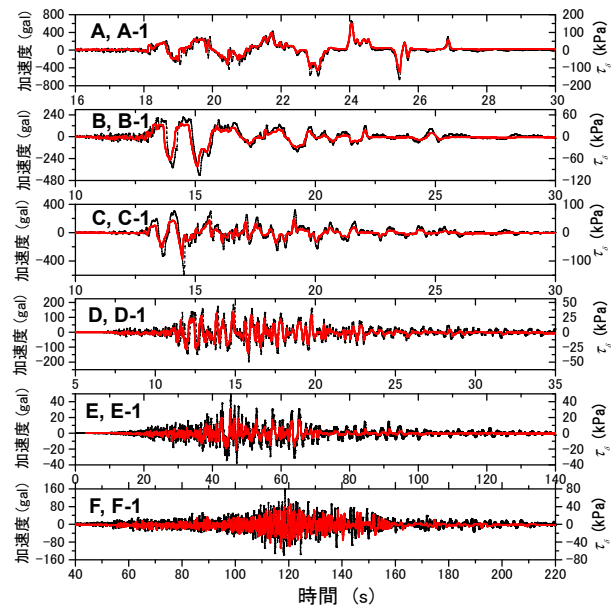


図13 不規則加速度波形 (A~F) と試験機再現応力波形 (A-1~F-1) の対比

により軟弱地盤底部付近のGL-32.4mで計算した仮想地表での加速度波形^{13),14)}である。また、A, B, Dでは観測地盤が液状化を起しており、大なり小なりその影響を受けていると考えられる。

不規則波繰返しせん断試験では、地表から浅い地盤では地震時せん断応力が地表加速度と比例関係にあるとして、これらの波形を時間軸を約10倍に引き伸ばしてそのまま用いることとした。これら6波形を用いて、再現性や応力振幅の影響を見るために行った各波形2回づつ計12回(A-1, A-2, B-1, ...)の試験結果を以下で検討する。

図13には黒い破線のA~Fの6加速度波形と共に、対応して試験機で再現された応力波形A-1~F-1を赤い実線で重ね合わせている。ここに応力の時間軸と振幅の絶対値は

表2 不規則地震波による試験条件・主要結果一覧

応力波形	地震 地震記録	M_f 気象庁マグ ニチュード	R (km) 震源距離	最大せん 断応力比 $CSR_{max} =$ τ_{max}/σ'_c	$N_{zc>5\%}$ ゼロクロス 回数 (τ_d が最大値 の5%以上)	N_{zc}			相対ダメージ レベル D_L $b = -0.258$ (τ_d が最大値 の5%以上)	D_r (%) 相対密度	基準化累積損失 エネルギー $\Sigma \Delta W/\sigma'_c$			
						$\gamma_{max} =$ 3%	$\gamma_{max} =$ 7.5%	$\gamma_{max} =$ 15%			$\gamma_{max} =$ 3%	$\gamma_{max} =$ 7.5%	$\gamma_{max} =$ 15%	
A	A-1	2007年新潟県中越沖地震 K-NET柏崎 EW	6.8	27	1.22	9	3	5	7	1.18	48	0.0115	0.0335	0.0810
	A-2				0.57	7	6	7	x	1.42	44	0.0098	0.0280	--
B	B-1	1995年兵庫県南部地震 ポートアイランド (PI) 鉛直アレー, GL. -0m NS	7.2	24	0.83	16	10	11	12	1.61	49	0.0123	0.0320	0.0605
	B-2				0.76	11	5	6	8	1.56	42	0.0090	0.0277	0.0533
C	C-1	1995年兵庫県南部地震 ポートアイランド (PI) 鉛直アレー, GL. -32.4m 基盤露頭波形 NS	7.2	24	0.94	19	3	4	7	1.39	49	0.0112	0.0360	0.0732
	C-2				0.96	19	3	4	6	1.39	48	0.0111	0.0344	0.0792
D	D-1	1995年兵庫県南部地震 関西電力高砂火力鉛直アレー, GL. -0m NS	7.2	36	0.59	54	16	17	19	6.37	50	0.0108	0.0273	0.0518
	D-2				0.51	48	16	19	21	6.56	50	0.0128	0.0271	0.0490
E	E-1	2003年十勝沖地震 K-NET北見 EW	8.0	229	0.62	82	50	51	57	4.13	49	0.0214	0.0344	0.0608
	E-2				0.59	78	46	55	57	4.08	49	0.0142	0.0383	0.0504
F	F-1	2011年東北地方太平洋沖地震 K-NET浦安 EW	9.0	380	0.55	138	74	77	79	6.53	48	0.0141	0.0224	0.0433
	F-2				0.29	96	76	82	84	4.82	43	0.0185	0.0283	0.0352

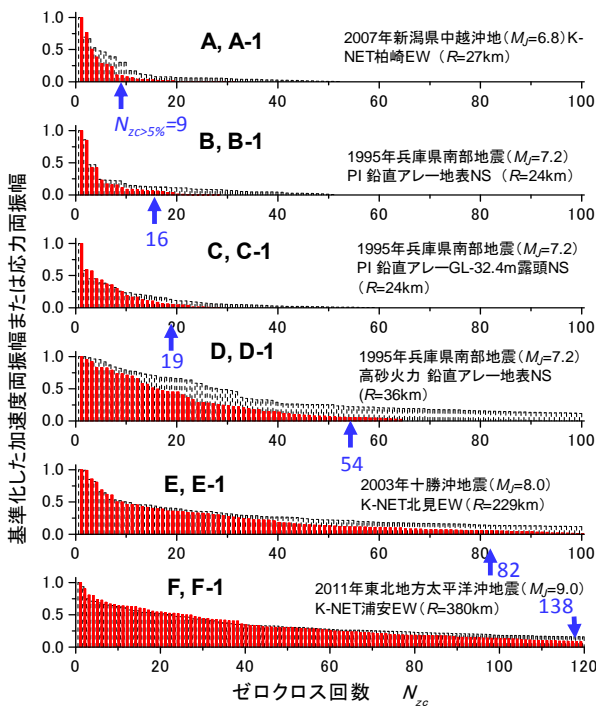


図 14 ゼロクロス回数に対する不規則加速度波形 (A~F) と再現応力波形 (A-1~F-1) の基準化両振幅分布の対比

とくに重要ではないため、加速度波と比較しやすいように適当に選んでいる。主要な波形の特徴は良く再現されているが、細部の細かい波形は再現できていないことが分かる。

図 14 は同じ加速度・応力波形について、最初に全時間軸にわたり平均し中立軸を設定し直してからゼロクロス計算を行い、各 1 サイクルごとの両振幅をそれらのうちの最大値で基準化して、大きい方から順にゼロクロス回数 N_{zc} に対して並べたグラフである。加速度波形と応力波形の結果をそれぞれ破線中空 (A~F) と実線中途の棒グラフ (A-1~F-1) で表わしている。これらより応力振幅では加速度振幅の完全な相似的再現は難しく、小さな振幅ほど応力波形での再現性が悪くなっていることが分かる。しかし、波形 A から F にかけて順番にゼロクロス回数 N_{zc} が増加する加速度波の特徴は応力波でも捉えられていると言える。実際、小さな応力振幅が損失エネルギーと液状化挙動に与える影響は小さいと考えられるため最大振幅の 5% 以下は無視し、それ以上の応力振幅のゼロクロス総数を $N_{zc>5\%}$ とし、図中に矢印と数字で示し表 2 にも纏めているが、地震マグニチュード・震源距離と共に A から F へ向けて単調に増加していることが分かる。

また、表 2 には各波形について疲労理論^{15), 16)}にしたがって計算したダメージレベル D_L を纏めている。応力に基づいた液状化予測法で不規則波を等価な正弦規則波に変換する際にしばしば用いられる疲労理論では、まず規則波載荷での CSR とある液状化挙動 (例えば初期液状化) に到達する繰返し回数 N_c とは式(5)に示すように両対数グラフ上で直線関係となると仮定する。さらに振幅 CSR の規則波が N_L サイクル加わった時に $D_L=1.0$ になるとした場合、

1 サイクルでのダメージレベルは $D_L=1/N_L$ と考えると、不規則波に含まれるすべての振幅の波による影響はそれらを合算することで得られる。さらに D_L は不規則波に含まれる個々の振幅の出現順序に無関係に決まると仮定している^{13), 14)}。そこで式(5)の CSR に最大値 $CSR_{max}=1.0$ を代入した時に $N_c=N_L=1$ で $D_L=1$ となる条件を仮定すると、1.0 より小さな任意の応力比 CSR_j による相対的ダメージレベルの総和は式(5)によれば次式で表わされる。

$$D_L = \sum_j D_{Lj} = \sum_j (1/N_{Lj}) = \sum_j [(CSR_j)^{-1/b}] \quad (7)$$

このようにして相対振幅 5% 以上の波について表 1 に示す $b=-0.258$ ($D_r \approx 50\%$, $F_c=0\%$ の条件) を用いて、式(7)で波形 A~F について計算した D_L 値を表 2 に纏めている。この D_L 値は疲労理論に基づいた各波形での相対的な液状化し易さを表している。つまり、大きな D_L 値の波形では同じ最大振幅 $CSR_{max}=1.0$ であっても大きなダメージを受けることになる。つまり D, E, F のように D_L 値の大きな波形は A, B, C よりも同じ最大振幅の波でも液状化し易いことになる。この傾向は表 2 中に記した $N_{zc>5\%}$ による評価と大きくは矛盾しないが、波形 D については D_L 値が N_{zc} 値より大幅に大きく評価されている点は異なる。

(2) 損失エネルギーと水圧上昇・発生ひずみの関係

図 15 は波形 A~F について最大繰返し応力比 $CSR_{max} = \tau_{d,max}/\sigma'_c$ の異なる 2 回の試験から得られた 12 個の応力 τ_d ~ひずみ γ 関係を示す。相互比較のため、座標軸はすべて同一としている。これらより、ゼロクロス回数 N_{zc} が大きくなる A から F の順で、加えた最大応力振幅は小さくなる大まかな傾向が読み取れる。図中に示す四角記号は不規則波の応力が 1 サイクル ($\tau_d=0$ から正方向に増加し $\tau_d=0$ に負方向から戻るまで) 変化する間の 2 座標点 (最大応力と対応するひずみおよび最小応力と対応するひずみ) の中心点でありそれらを順番に実線で結んで示している。正弦規則波の場合は図 4 からも明らかなようにこの中心点は $\tau_d \sim \gamma$ グラフのほぼ原点付近に留まるのに対し、不規則波では A~F の波形の特徴を反映して随分と異なるだけでなく、同じ波形でも応力振幅の違いにより $\tau_d \sim \gamma$ 関係が異なることにより中心点は大きく異なる動きを見せる。つまり応力~ひずみループが不規則なだけでなく、ループの中心位置も不規則に変動する点が特徴である。

図 16 は A~F の不規則波について、損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c$ に対する間隙水圧 $\Delta u/\sigma'_c$ の時間増分ごとの変動を小さな中空プロットの連なりで示している。水圧はサイ

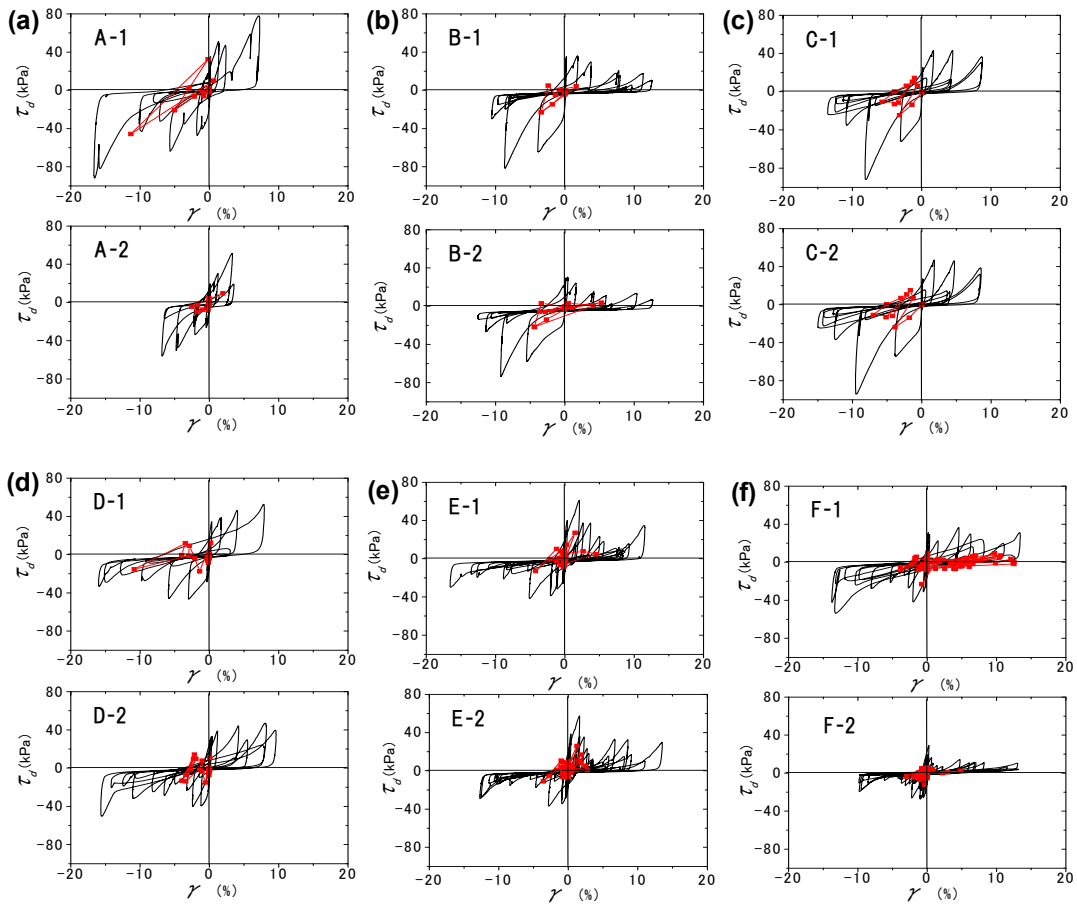


図 15 試験したすべての不規則波の応力～ひずみ不規則ループ

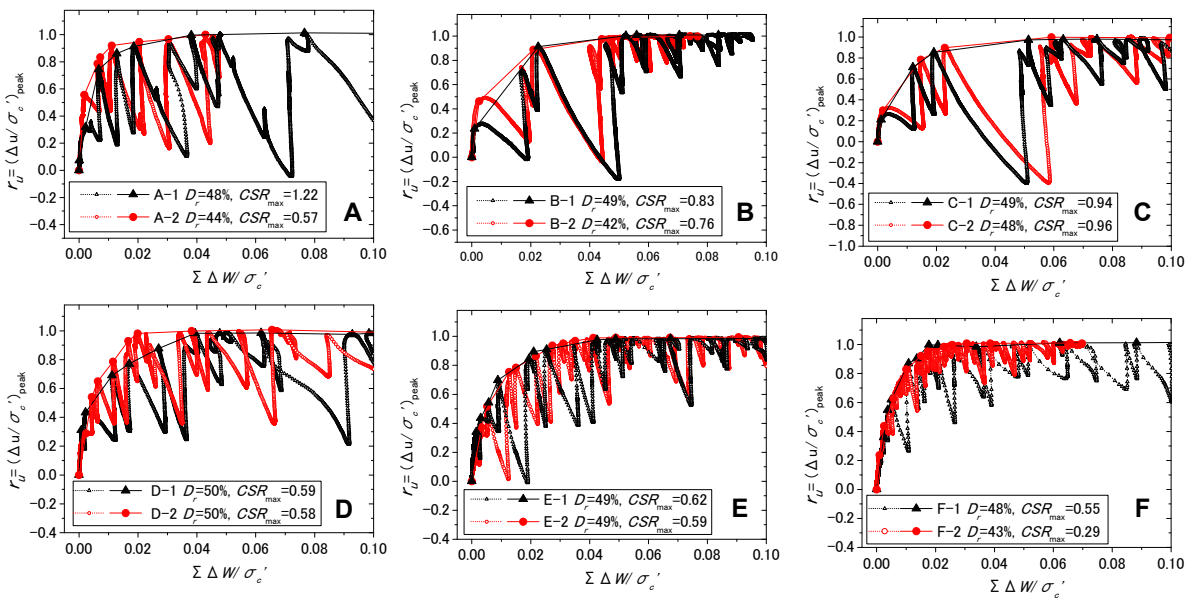


図 16 すべての不規則波試験での損失エネルギーに対する間隙水圧の時間変動とピーク包絡線

クリックモビリティにより変動し、繰返し応力比が大きくゼロクロス回数の少ない波形 A～D では特に変動が激しい。また同じ波形でも応力比の違いにより $\Delta u/\sigma'_c$ の時間増分ごとの変動が異なる。いっぽう各試験での水圧変動の

ピーク値を大きな中塗りプロットで示しそれらを実線で結び水圧ピーク値を包絡している。試験ごとの差異は小さいいずれも $\Delta W/\sigma'_c = 0.02 \sim 0.04$ で $\Delta u/\sigma'_c = 1.0$ の初期液状化に到達する。

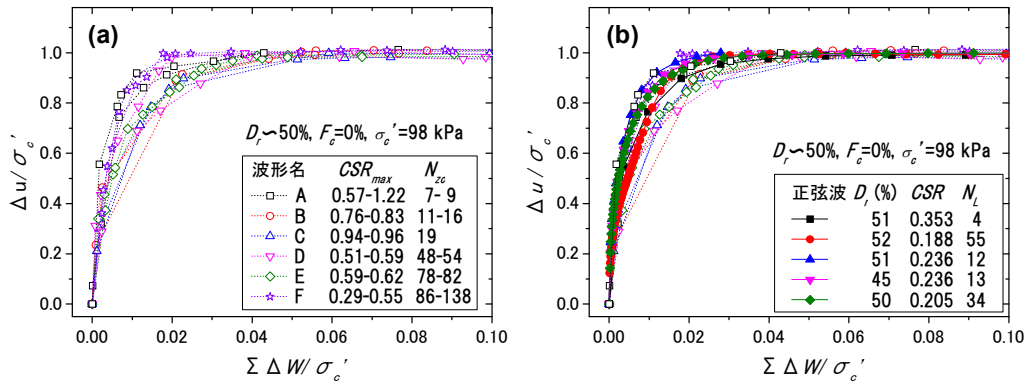


図 17 損失エネルギーに対する間隙水圧ピーク包絡線の重ね合わせ：(a) 不規則波試験，(b) 正弦規則波試験との比較

図 17(a)は図 16 の間隙水圧の包絡線を一つのグラフに重ね合わせている。すべての波形で水圧の 100%上昇は $\Delta W/\sigma'_c = 0.02 \sim 0.04$ で生じており例えば波形 A, F ではその中でも同じ損失エネルギーでの水圧上昇が大きいなど上昇経過には幅があるものの、 N_{zc} や CSR_{max} の違いによる明瞭な変化傾向は読み取れない。図 17(b)では同じ $D_f \approx 50\%$,

$F_c = 0\%$, $\sigma'_c = 98 \text{ kPa}$ の実験条件で得られた不規則波と図 7(a)に示した正弦波の水圧～損失エネルギー関係とを重ね合わせている。両者は基本的に整合しているが不規則波の方が同じ損失エネルギーに対し水圧上昇率の低い側に幅広い値をとる傾向がある。

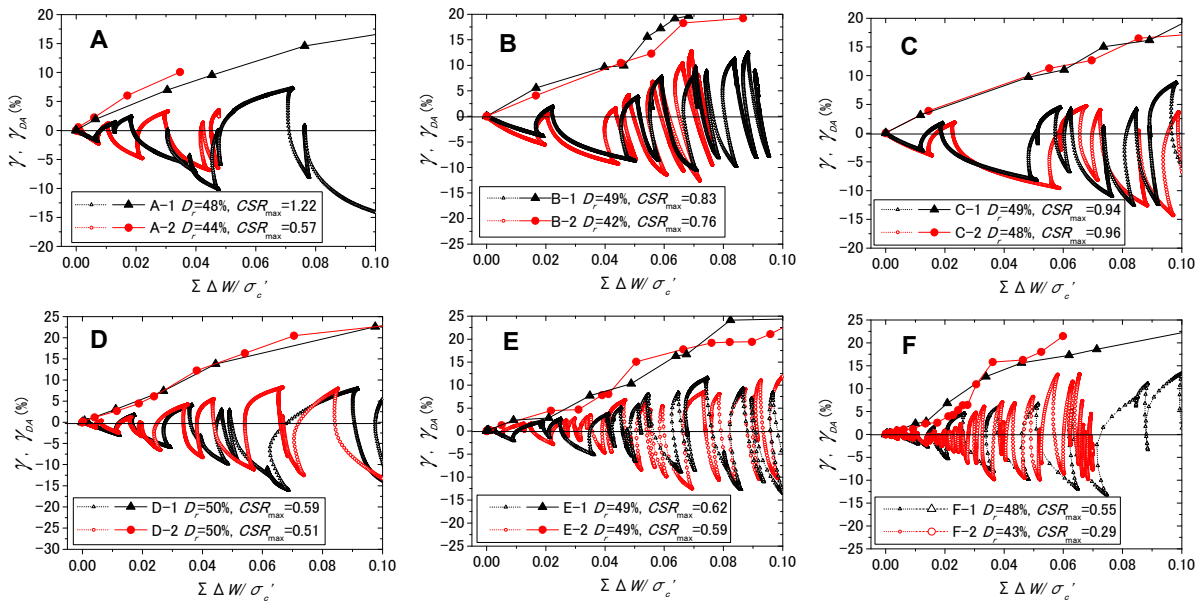


図 18 全ての不規則波試験での損失エネルギーに対するひずみの時間変動と両振幅ひずみの関係

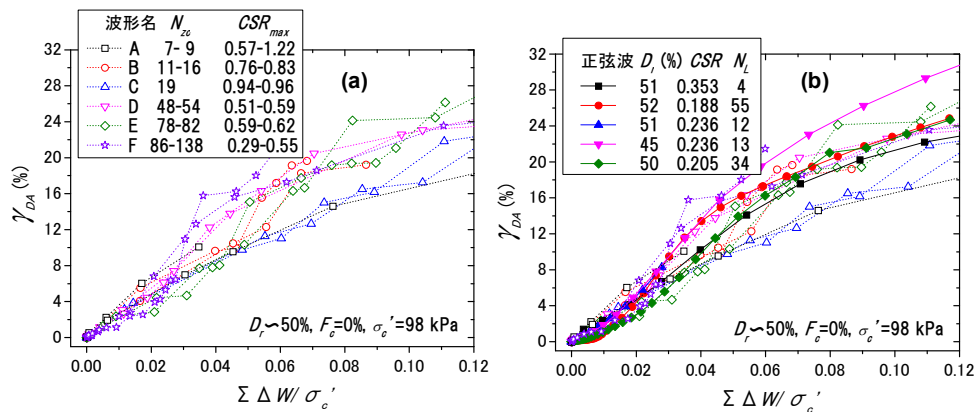


図 19 損失エネルギーに対する両振幅ひずみの重ね合わせ：(a) 不規則波試験，(b) 正弦規則波試験との比較

図 18 は A~F の不規則波について、個別の試験毎の損失エネルギー $\sum \Delta W / \sigma'_c$ に対するせん断ひずみ γ の時間増分ごとの変動を小さな中空プロットで示している。加えた応力比 CSR_{max} がかなり異なる場合には $\sum \Delta W / \sigma'_c \sim \gamma$ 関係も大きく異なることが分かる。いっぽう各試験での主な応力サイクルごとの最大・最小ひずみから計算した両振幅ひずみ γ_{DA} を対応する応力サイクル終了時の累積エネルギー $\sum \Delta W / \sigma'_c$ に対して大きな中塗記号でプロットしそれらを実線で結んでいる。ここで言う不規則波の応力サイクルとは、ノイズレベルの小さな振幅を除き主要な応力の時刻歴が $\tau_d=0$ からプラスに向かいマイナス側から $\tau_d=0$ に戻るまでの区間で定義している。 $\sum \Delta W / \sigma'_c \sim \gamma$ 関係が大きく異なる場合でも、 $\sum \Delta W / \sigma'_c \sim \gamma_{DA}$ 関係の差異は小さいことが分かる。

ところで図 6 に示すように正弦波試験での $\sum \Delta W / \sigma'_c \sim \gamma_{DA}$ 関係は 2 つの変曲点を持つ区間 I, II, III からなるカーブ形状を示すことを述べた。しかし図 18 に示す不規則波の $\sum \Delta W / \sigma'_c \sim \gamma_{DA}$ 関係では波形 A~C では $\sum \Delta W / \sigma'_c = 0.01$ 以下に現れるはずの変曲点 1 が見られない。これに対し繰返し数の多い波形 E, F では変曲点 1 とその前後での勾配の変化が明らかに認められる。

図 19(a)は図 18 のすべての $\sum \Delta W / \sigma'_c \sim \gamma_{DA}$ 関係を一つ

のグラフに重ね合わせている。プロットのバラツキは $\sum \Delta W / \sigma'_c = 0.02 \sim 0.04$ の初期液状化の付近から大きくなり、例外はあるものの応力比 CSR_{max} が小さく N_{zc} が大きな F のような波形では同じ損失エネルギーに対し $\gamma_{DA} > 10\%$ で両振幅ひずみが大きく発生する傾向が見られる。図 19(b) ではこれらの不規則波による結果と同じ条件 ($D_r \approx 50\%$, $F_c = 0\%$, $\sigma'_c = 98$ kPa) で得られた図 7(b)の正弦波の結果とを重ね合わせている。両者は傾向的には整合しているが、不規則波の方が同じ損失エネルギーに対し幅広いひずみ値をとる傾向がある。

5. 波形不規則性と発生ひずみの関係

図 7~図 10 の正弦規則波による損失エネルギーと両振幅ひずみのグラフから $\gamma_{DA} = 3, 7.5, 15\%$ に対応する損失エネルギー値 $\sum \Delta W / \sigma'_c$ を読みとり、同じ γ_{DA} に達する繰返し回数 N_c と共に表 1 に纏めて示している。図 20 ではこれら $\sum \Delta W / \sigma'_c$ を、対数軸にとった N_c に対しプロットしている。図 20(a)は $D_r \approx 50\%$, $F_c = 0\%$ の砂について有効拘束圧 $\sigma'_c = 49, 98, 196$ kPa の試験結果であるが、個々の試験での目標 D_r からのズレなどによるプロットのバラツキはあるものの有効拘束圧による明瞭な食違いも見られず、繰返し回数

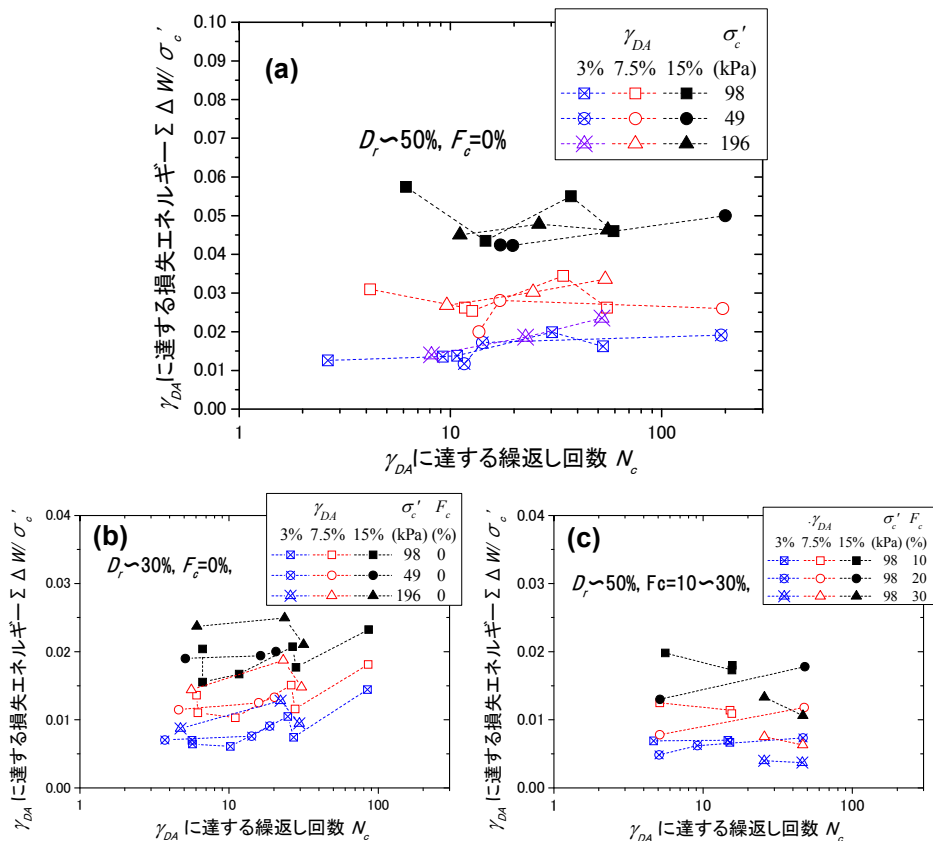


図 20 規則波試験での $\gamma_{DA} = 3, 7.5, 15\%$ に達する損失エネルギーの繰返し回数 N_c に対する関係：
 (a) $D_r \sim 50\%$, $F_c = 0\%$, (b) $D_r \sim 30\%$, $F_c = 0\%$, (c) $D_r \sim 50\%$, $F_c = 10 \sim 30\%$

に対する損失エネルギーの明確な変化傾向は N_c =数回~200回の広い範囲で読み取れない。図20(b),(c)はそれぞれ $D_r \approx 30\%$, $F_c=0\%$ と $D_r \approx 50\%$, $F_c=10\sim 30\%$ の条件での有効拘束圧 $\sigma'_c=98$ kPa 下の試験結果であるが、やはりエネルギーの N_c に対する有意な変化傾向は読み取れない。これと同様に、損失エネルギーが N_c に対し明瞭な増減傾向を示さずほぼ一定となる結果は一連の三軸試験によっても得られている。つまり液状化により発生する両振幅ひずみは応力比 CSR や一定ひずみに達する繰返し回数 N_c に依らず、個々の密度・細粒分含有率ごとに損失エネルギーによってほぼ一意的に決まると考えられる。例えば $D_r \approx 50\%$, $F_c=0$, $\sigma'_c=98$ kPa について、データのバラツキを考慮し $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ に対応したエネルギーの幅を求めると、 $\sum \Delta W/\sigma'_c = 0.01 \sim 0.025, 0.02 \sim 0.035, 0.043 \sim 0.06$ が得られる。

本論文前半で述べたように、正弦規則波応力による液状化試験では $\sum \Delta W/\sigma'_c \sim \gamma_{DA}$ 関係は有効応力経路と変相線・破壊線との関わりにより区間 I, II, III に区分され、そのうち区間 II で同じエネルギー増分に対するひずみ増分が大きくなる。しかし図20に示すように、CSR や N_c の違いによる区間 I, II, III の関わり方の違いは正弦規則波試験で $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ に達するまでの $\sum \Delta W/\sigma'_c$ に有意な N_c -依存性をもたらさず、 γ_{DA} が損失エネルギーによりほぼ一意的に決まる結果となった。

不規則波については、図19(a)の試験結果 ($D_r \approx 50\%$, $F_c=0$, $\sigma'_c=98$ kPa) から $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ に対応したエネルギー値

$\sum \Delta W/\sigma'_c$ を読みとり、対応するゼロクロス回数 N_{zc} と共に表2に纏めて示している。図21(a)ではこれら $\sum \Delta W/\sigma'_c$ を N_{zc} の対数に対しプロットしている。同図には図20(a)に示した $D_r \approx 50\%$, $F_c=0$, $\sigma'_c=98$ kPa の条件での正弦規則波試験の $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ に対応した $\sum \Delta W/\sigma'_c \sim N_c$ 関係を半塗記号と実線により重ね合わせている。これより不規則波の特徴として、 $\gamma_{DA}=15\%$ のように対象とするひずみが大きくなるにつれてプロットのバラツキが規則波より大きくなるだけでなく、図中に色付けした矢印の帯で示すように N_{zc} の小さな範囲で損失エネルギーが規則波よりかなり大きくなり N_{zc} の増加と共に明瞭な減少傾向を示すことが指摘できる。いっぽう $\gamma_{DA}=7.5\%, 3\%$ では規則波に近く、プロットのバラツキが小さいだけでなく N_{zc} に対するエネルギーの変化傾向はわずかで N_{zc} に対してほぼ一定と見ることができる。

不規則波について $\gamma_{DA}=15\%$ に対応した $\sum \Delta W/\sigma'_c$ が N_{zc} に明瞭に依存する傾向は、正弦規則波では図20(a)に示すように $\sum \Delta W/\sigma'_c$ が N_c にあまり依存しないことと整合しない。特に N_{zc} の小さな波形 A と C で $\gamma_{DA}=15\%$ に達する損失エネルギーが大きく得られていることが影響しており、その理由として考えられるのが、図15で言及した応力~ひずみループの中心位置の変動である。この場合、正弦規則波载荷のように中心位置が何時も原点付近にある場合よりは中心位置移動のために余分なエネルギーを損失することになる。不規則波の損失エネルギーの式(4)による計

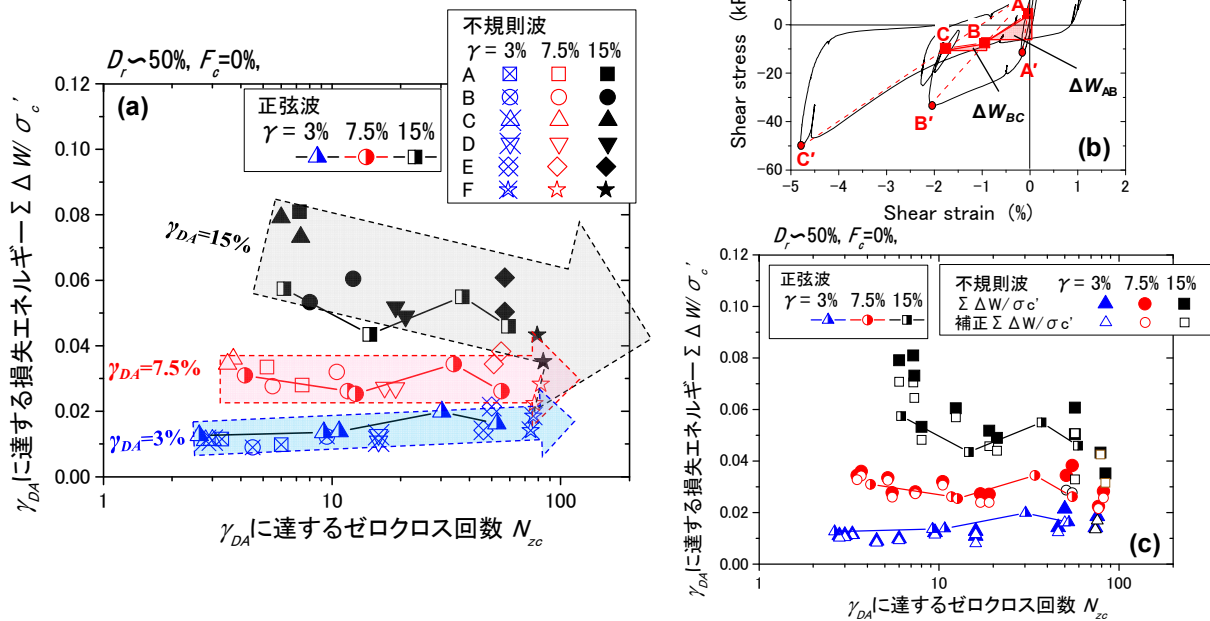


図21 不規則波試験での $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ に達する損失エネルギーのゼロクロス回数 N_{zc} に対する関係 ($D_r \approx 50\%$, $F_c=0\%$.)

算はこれも含んだ全損失エネルギーであるのに対し、このエネルギーを両振幅ひずみ γ_{DA} のみと関係付けるところで矛盾が生じる。つまり不規則波の場合、 γ_{DA} だけでは代表しきれない応力～ひずみループの中心位置の移動でもエネルギー損失が起きていることになる。

この影響を近似的に考慮するため、図 21 (b) に例示する方法で応力～ひずみループの中心位置の移動による損失エネルギーの算出を試みた。例えば図中の 3 つの連続する応力～ひずみループの上下のピーク点を結ぶ直線 A'-A', B'-B', C'-C' それぞれの中間点 A, B, C をループがこの順序で移動する時の中間点移動のみによる損失エネルギーを、グラフ上に示す三角形面積 ΔW_{AB} と ΔW_{BC} の和で表す。このようにしてすべての試験結果について中間点移動の累積エネルギーを計算し、式(4)で計算した元の損失エネルギーからその分を差し引いた補正エネルギーを $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ について算出した。図 21 (c) の中塗プロットは図 21(a)と同じデータであるが、さらに中空記号で補正エネルギーを重ね合わせている。これにより、最大 20%程度のエネルギーが不規則波の中間点移動による分として分離され、残りの補正エネルギーが正弦規則波のプロットと同じ考え方で両振幅ひずみと対比できることになる。中空記号のプロットは元の中塗記号よりバラツキの幅が狭まり、ゼロクロス回数の少ない波形特に A と C でこの補正効果が大きいことから移動エネルギーの N_{zc} に対する依存性が穏やかになることも見て取れる。ただし規則波の結果と整合するところまでは補正されない。

一方波形 F については $\gamma_{DA}=15\%$ の $\sum \Delta W/\sigma'_c$ が他より小さく、全体の傾向にやはり影響を与えている。図 19(a)に戻って見ると F は $\gamma_{DA}=15\%$ 付近でグラフの上方に抜き出しており、これが図 21(a)での上述の評価に繋がっている。しかし F-1 については図 19(a)でプロットを追っていくと、 $\gamma_{DA}=20\%$ 以上では他のデータ集団に混じり合っており、波形の不規則性が一つの要因であると言えそうである。実際、図 18 の波形 F の $\sum \Delta W/\sigma'_c \sim \gamma_{DA}$ 関係では変曲点 1 以降の区間 II での勾配の大きさが他の波形より明らかに大きく、この区間 ($\sum \Delta W/\sigma'_c \approx 0.01 \sim 0.04$) でひずみが大きく伸びていることが分かる。つまり、区間 I, II, III でのエネルギー増分に対するひずみ増分の違いが波形の不規則性によって顕在化し、 $\gamma_{DA}=15\%$ に達するエネルギーの一意性に差異があらわれたと考えられる。

以上より、正弦規則波に比べ不規則波では損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c \sim$ せん断ひずみ γ_{DA} 関係の一意性がデータのバラツキと N_{zc} 依存性の両面から低下する傾向は認められる。その理由としては不規則波では両振幅ひずみの発生以

外に中間点移動でもエネルギー損失が起きることや、 $\gamma_{DA} \sim \sum \Delta W/\sigma'_c$ 関係の区間 I, II, III での曲線勾配変化と波形の不規則性との組み合わせでエネルギーでは一意的に表せないバラツキを生み出すことが挙げられる。 $D_r \approx 50\%, F_c=0, \sigma'_c=98 \text{ kPa}$ の試験結果によれば、これらの影響により $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ に対応した損失エネルギーとしてはそれぞれ $\sum \Delta W/\sigma'_c=0.01 \sim 0.025, 0.02 \sim 0.04, 0.035 \sim 0.08$ となり、今回の試験データによる発生ひずみの予測はこの程度の不確定性を伴うことになる。

この予測精度を向上させることは試験での相対密度の一致度を向上させることなどで可能であり、今後エネルギー法を定着させるためにはこの努力は不可欠である。一方波形の不規則性に起因した本質的な不確定性は残ると考えられる。これは、不規則波の損失エネルギーは両振幅ひずみ γ_{DA} 以外のひずみ発生にも充てられるためであり、設計地震波形の特性によることになる。さらに大振幅波形の現れるタイミングと有効応力経路上の位置との関連でたまたま区間 II に当たれば同じエネルギー増分に対し大きなひずみ増分が発生することも関わっている。

このような不確定性はエネルギー法の限界で、詳細な砂の物性モデルを使い設計地震波形による有効応力非線形解析をすれば解決でき精度の高い発生ひずみ予測が可能との見方もあろう。しかし、初期液状化以降では有効応力経路が原点付近のせん断剛性の極めて低い時点で大半のひずみが発生し、地盤の地震応答で決まる地震波形のわずかな差異が発生ひずみに大きな違いをもたらすことはここでの一連の不規則波による試験結果からも明らかである。したがって実務設計の観点からは、特定の単一不規則設計波の有効応力解析により有効数字の多いひずみ予測をするよりは、損失エネルギーにより発生ひずみを変動幅の中で予測する方が工学的には合理的と言えよう。

6. まとめ

地震時地盤液状化挙動が繰返しせん断を受ける砂の損失エネルギーと密接に関わっていることを前提に、ここでは正弦規則波と地震不規則波を用いた中密・緩詰の砂の一連の非排水繰返し中空ねじりせん断試験を行い、その水圧上昇と発生ひずみについて損失エネルギーの観点から波形の影響を考慮して検討を加え、以下の主要な知見を得た。

- 1) 正弦規則波試験で得られる水圧上昇率 r_u ～損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c$ 関係は $r_u=1.0$ を上限とする単純なカーブとなり、砂に加わる応力比 CSR や液状化までの載荷回数 N_L によらず、損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c$ に

より砂の相対密度 D_r , 細粒分含有率 F_c ごとにほぼ一意的に決定できる。

- 2) 正弦規則波による両振幅ひずみ γ_{DA} ~ 損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c$ 関係は, 砂に加わる応力比 CSR や液状化までの载荷回数 N_L によらず, 損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c$ により砂の相対密度 D_r や細粒分含有率 F_c ごとにほぼ一意的に決定できる。水圧上昇率 $r_u=1.0$ となった後も両振幅ひずみ γ_{DA} とほぼ一意的関係を保つため, $\sum \Delta W/\sigma'_c$ は初期液状化以降の液状化の激しさを表す指標となる。
- 3) 正弦規則波試験による $\gamma_{DA} \sim \sum \Delta W/\sigma'_c$ カーブは砂のせん断応力~有効拘束圧面上に描かれる有効応力経路の変相線と破壊線に関連して決まる二つの変曲点 (第1・第2変曲点) を持つカーブ形状となる。カーブはこれら変曲点により区間 I, II, III に3分割され, エネルギー増分に対するひずみ増分の勾配はサイクリックモビリティの卓越し始める区間 II で大きくなる。同じ砂の試験でも, 正弦波応力比 CSR が小さく N_L が大きい試験ほど, 区間 II の始まるエネルギーと区間 II の勾配が大きくなる傾向がある。つまりミクロに見れば, 発生ひずみとエネルギーの間の厳密な一意性は成り立っていない。
- 4) 試験時の初期有効拘束圧を $\sigma'_c=49\sim 196$ kPa に変化させると $\Delta u/\sigma'_c$ は同じ累積損失エネルギーに対し σ'_c が大きいほど水圧上昇は多少遅れる傾向は見られるものの初期液状化時 $\Delta u/\sigma'_c=1.0$ のエネルギーに大差はない。また, 特定のひずみ値 γ_{DA} に対応した累積損失エネルギー $\sum \Delta W$ は σ'_c に対しほぼ比例的に増加する傾向があり, エネルギー $\sum \Delta W$ を σ'_c で無次元化することは実現象的にも意味がある。
- 5) 現在実用化されている応力による液状化予測法 (FL法) で定義される特定の γ_{DA} に対応した液状化応力比 CRR と, 同じ γ_{DA} に対応した損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c$ とは D_r, F_c, σ'_c の違いによらずほぼ一意的関係が認められる。これは, 現行の液状化予測法の入力データをほぼそのまま利用してエネルギー的予測法が容易に実行できることを意味している。
- 6) 不規則波形液状化試験 (幅広いマグニチュードや震源距離での多数の地震記録に基づく) によれば, 間隙水圧上昇率 r_u や発生両振幅ひずみ γ_{DA} と損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c$ の関係は, 変動幅が広がるものの正弦規則波による関係とほぼ整合する。ただし $\gamma_{DA} \sim \sum \Delta W/\sigma'_c$ 関係は波形の違いにより大きな影響を受けやすく, 区間 I, II の現れ方が波形と振幅によって影響

を受け, 損失エネルギーに対する発生ひずみの変動幅が大きくなる。

- 7) 規則波では両振幅ひずみ $\gamma_{DA}=3, 7.5, 15\%$ に達するまでの損失エネルギー $\sum \Delta W/\sigma'_c$ は対応する繰返し回数 N_L による明瞭な増減傾向が表れず, 発生ひずみが N_L や繰返し応力比 CSR に依らず $\sum \Delta W/\sigma'_c$ によりほぼ一意的に決定できる。一方, 不規則波においては $\gamma_{DA}=3, 7.5\%$ では損失エネルギーはゼロクロス回数 N_{zc} に対しほぼ一定傾向となるものの, $\gamma_{DA}=15\%$ ではバラツキが拡大し N_{zc} の増加に対する低下傾向も表れる。
- 8) 不規則波で大ひずみになるほど $\sum \Delta W/\sigma'_c$ のバラツキが増し γ_{DA} に対する N_{zc} -依存性が現れるのは, 不規則波のエネルギー損失には両振幅ひずみだけではなくひずみ波形の中心軸の変動も関わっていることで説明できる。さらに波形の不規則性と $\gamma_{DA} \sim \sum \Delta W/\sigma'_c$ 関係との重なり具合でバラツキが生じるものと考えられる。これは初期液状化の $\gamma_{DA}=7.5\%$ を超えて性能設計法で必要とされる発生ひずみを評価する場合, 損失エネルギーによるひずみ評価では特に不規則波についてある程度の変動幅が付きまとうことを意味する。
- 9) これに代わる厳密なひずみ評価として数値解析が考えられるが, 地盤の地震応答で決まる地震波形のわずかな差異が発生ひずみに大きな違いをもたらすことはここでの一連の不規則波による試験結果からも明らかである。したがって実務設計の観点からは, 特定の不規則設計波の精緻な数値解析により有効数字の多いひずみ予測をするよりは, 損失エネルギーにより発生ひずみを変動幅の中で予測の方が合理的と言えよう。

謝辞: 本論文には中央大学理工学部都市環境学科で行われた5ヶ年余にわたる研究で得られた富津砂の各種条件下における多数の中空ねじり非排水せん断試験データを用いた。この研究に携わった元中央大学大学院博士前期課程の伊藤文樹, 日下拓哉, 新井良太郎の諸氏, ならび元卒業研究生に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 國生剛治: エネルギーによる液状化判定法の適用性検討とFL法との対比, 地盤工学ジャーナル, Vol.8, No.3, pp.463-475, 2013.
- 2) 三森祐貴・國生剛治: エネルギーによる液状化判定法とFL法との比較—種々の地震動・地盤条件での検討—, 地盤工

- 学ジャーナル, Vol.9, No.4, pp.603-618, 2014.
- 3) 國生剛治: エネルギーによる液状化判定法の適用性検討と FL 法との対比: 補遺, 地盤工学ジャーナル Vol.11, No.3, pp.283-293, 2016.
 - 4) 風間基樹, 鈴木崇弘, 柳沢栄司: 地盤に入力された累積損失エネルギーの評価法と液状化予測への適用, 土木学会論文集 No.631/III-48, pp.161-177, 1999.
 - 5) Davis, R. O. and Berrill, J. B.: Energy Dissipation and Seismic Liquefaction of Sands, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol.10, pp.59-68, 1982..
 - 6) Towhata, I. and Ishihara, K.: Shear work and pore water pressure in undrained shear, *Soils & Foundations*, Vol.25, No.3, pp.73-84, 1985.
 - 7) Yanagisawa, E. and Sugano, T.: Undrained shear behaviors of sand in view of shear work, *Proc. Intern. Conf. on SMFE (Special Volume on Performance of Ground and Soil Structures during Earthquakes)*, New Delhi, India, Balkema Publishers, pp.155-158, 1994.
 - 8) Figueroa, J. L., Saada, A. D., Liang, L. and Dahisaria, N. M.: Evaluation of soil liquefaction by energy principles, *Journal of Geotech. Eng.*, ASCE, 120 (9), pp.1554-1569, 1994.
 - 9) 日本工業規格 JIS A1224: 砂の最小密度・最大密度試験方法, . 2009.
 - 10) 國生剛治: 地震地盤動力学の基礎—エネルギー的視点を含めて—, 第3章, 鹿島出版会, pp.235-236, 2014.
 - 11) 金子陽輔: 中空ねじりせん断試験による砂の液状化特性についてのエネルギー的分析—波形・拘束圧の影響—, 中央大学理工学研究科都市環境学専攻 2014 年度修士論文, 2015.
 - 12) Ishihara, K., Tatsuoka, F. and Yasuda, S.: Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses, *Soils and Foundations*, Vol.15, No.1, pp.29-44, 1975.
 - 13) 青柳寮大: 鉛直アレー記録に基づいた拡張ベイズ法による地盤物性の同定, 中央大学理工学研究科土木工学専攻 1999 年度修士論文, 2000.
 - 14) 鈴木 拓: 鉛直アレー記録を用いた地震波動エネルギーの算定と表層地盤中の伝播特性, 中央大学理工学研究科土木工学専攻 2009 年度修士論文, 2010.
 - 15) Annaki, M. and Lee, K. L.: Equivalent uniform cycle concept for soil dynamics, *Journal of Geotech. Eng. Div.*, ASCE, Vol.103, No.GT6, pp.549-564, 1977..
 - 16) 國生剛治: 地震地盤動力学の基礎—エネルギー的視点を含めて—, 第3章, 鹿島出版会, pp.97-107, 2014.

(2017.12.22 受付)

Dissipated Energy versus Liquefaction Behavior of Sands by Harmonic and Irregular Cyclic Loading

Takaji KOKUSHO¹, Yousuke KANEKO² and Yuko OKADA³

- 1 Professor Emeritus, Department of Civil & Environment Eng., Chuo University
- 2 Ex-graduate Student, Graduate Course, Department of Civil & Environment Eng., Chuo University
- 3 Ex-undergraduate Student, Department of Civil & Environment Eng., Chuo University

Abstract

A series of stress-controlled undrained cyclic loading tests using a torsional simple shear apparatus are carried out on sand specimens by applying harmonic and irregular shear stresses to evaluate cumulative dissipated energies during the liquefaction process and to examine the effect of stress irregularity on the dissipated energy versus induced strain and pore-pressure buildup. Tests with harmonic stresses show that the energy for the same soil, which is roughly proportional to effective confining stress, is almost uniquely correlated with pore-pressure buildup and induced strains during cyclic loading irrespective of the stress amplitudes and the number of loading cycles. Irregular loading tests also yield almost unique correlations between them despite widely varied stress amplitude and the number of zero-cross N_{zc} . In the irregular loading, however, the dissipated energy corresponding to larger post-liquefaction strain tends to fluctuate and also decrease with increasing N_{zc} due to wave irregularity, necessitating some allowance of variation for design.

Key words: Energy-based liquefaction evaluation, dissipated energy, induced strain, pore-pressure buildup ratio