

# エネルギー Newmark 法による地震時斜面滑り発生と滑り変位量の簡易評価

國生剛治<sup>1</sup>

1 中央大学名誉教授

## 概要

筆者はこれまで模型実験、理論的考察、現地調査により、エネルギー収支に基づく地震時斜面流動量評価法を主に自然斜面の長距離流動崩壊を対象に提案してきた。ここでは同じエネルギー的評価法を盛土やフィルドムなどの小規模滑りに適用するために、Newmark 斜面モデルと波動伝播を連成した力学モデルの数値解析を行い、まず SH 上昇波と下降波の波動エネルギーの差が斜面滑りで失われる損失エネルギーに直結していることを明示した。また調和波による一連の数値解析により、Newmark モデルによる斜面滑り変位は振動数によらず上記波動エネルギー差と一意的関係があり、地震マグニチュードなどから算出される斜面直下の上昇波エネルギーや摩擦角、滑り面角、地盤 S 波速度など主要なパラメータの関数として与えられることを示した。加速度時刻歴を必要とせず波動エネルギーから斜面滑りの有無と変位量評価が同時に行えるこの「エネルギーNewmark 法」での計算手順を本数値解析結果や波動エネルギーの経験式を使って具体的に示すと共に、一例として M6.8 の地震について斜面滑り変位と震源距離、斜面特性値の関係をグラフ化し、被災事例との比較を通じて本評価法の設計への適用可能性を明らかにした。

キーワード：地震時斜面滑り、波動エネルギー、Newmark 法、滑り変位、摩擦角、ケーススタディ

## 1. まえがき

地震時斜面滑りの計算には、地震慣性力により想定滑り土塊についての力の釣り合いを評価する滑り面法が設計実務に使われている。この方法では斜面滑りが起きるか否かの安全率が算定されるが、滑りが起きる場合の変位量の評価には別途加速度時刻歴を使った Newmark 法<sup>1)</sup>による数値解析が必要となる。滑り土塊を斜面上の剛体ブロックで単純化した Newmark 法<sup>2),3)</sup>や FEM 地震応答解析と組み合わせた改良法<sup>(例えば 4),5)</sup>が滑り変形量の評価に使われてきたが、実務的には円弧滑り面を仮定することが多く 1 m を大きく超える変形量の大きな流動的斜面崩壊に適用されることは少ない。

一方、筆者らはこれまでに斜面崩壊の事例調査、模型振動実験、斜面崩壊を支配するエネルギーと地震波動エネルギーの分析を通じて、エネルギーバランスに基づく地震時斜面流動量評価法を提案してきた<sup>6)7)8)9)10)</sup>。この方法は力の釣り合いに基づいた Newmark 法に比べ、流動変位量が大きく重力エネルギーの寄与が大きい斜面崩壊への適用性が優れている。そしてこれまで経験則に頼ることの多かった長距離流動について、斜面崩壊に関わるエネルギー収支に基づいて流動量が理論的に計算できる数少ない評価法である。また Newmark 法とは異なり、加速度時刻歴がなくても地震のマグニチュード  $M$  と震源距離  $R$  などから概算した地震エネルギーにより斜面滑り量が計算できるの

が特長である。

本論文では、このように大規模斜面崩壊への適用性に優れたエネルギー的評価法を、人工盛土などの小規模崩壊への簡易評価に適用拡大することを目指す。道路・鉄道盛土、河川堤防、宅地造成盛土など線状・面上に広域に広がる斜面の地震時安定性と滑りが発生した場合の変位量評価が簡便に行えれば防災計画の立案に極めて有用である。

まず Newmark 斜面モデルと地震波動伝播を組み合わせた解析により地震エネルギーと斜面滑動変位の関連を明らかにする。その結果に基づき、従来の Newmark 法とは異なり加速度時刻歴を必要とせず、地震エネルギーから滑りの有無だけでなく滑る場合の変位量をエネルギー収支に基づき簡便に評価できる「エネルギーNewmark 法」を提案する。さらにそのために必要な地震エネルギーの算定法を示し、計算例を通してその適用性を示す。

## 2. 斜面の地震時残留変位と地震エネルギー

「エネルギーNewmark 法」の説明に入る前に、筆者らのこれまでの研究<sup>6)7)</sup>に基づき、エネルギーによる斜面流動距離評価法の概要を振り返る。まず基本理論式は次式のエネルギー収支で表わされる。

$$E_{GR} + E_{EQ} = E_{DP} + E_K \quad (1)$$

ここに、 $E_{GR}$  = 重力 (位置) エネルギー (前論文<sup>6)7)8)</sup>では

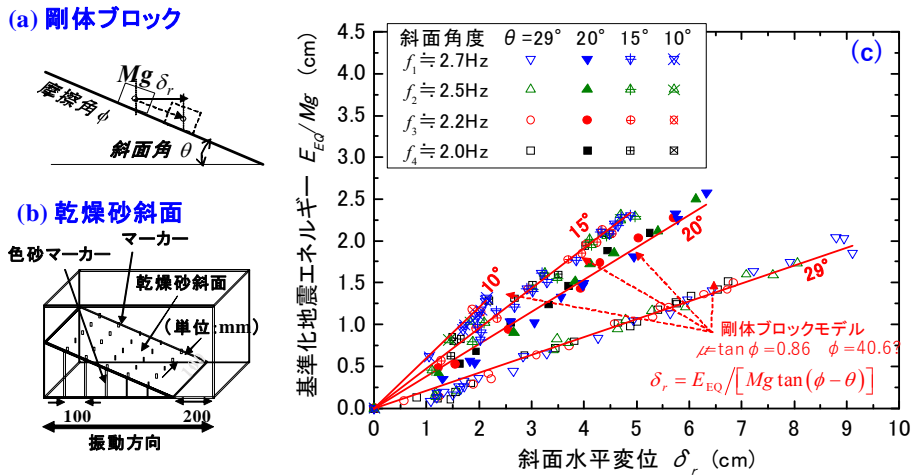


図1 斜面角度  $\theta$ 、まさつ角  $\phi$  の乾燥砂斜面での流動変位評価: (a)直線斜面上の剛体ブロックモデル, (b)乾燥砂斜面模型, (c)模型斜面実験結果と理論式(6)との対比<sup>6)~8)</sup>

$-\delta E_p$  で表示していた),  $E_{EQ}$ =斜面滑りに寄与する地震エネルギー,  $E_{DP}$ =斜面滑りで失われる損失エネルギーであり, 斜面崩壊の前後で比較すると運動エネルギー $E_K$ はゼロとなるため次式が成り立つ。

$$E_{DP} = E_{GR} + E_{EQ} \quad (2)$$

これを, 図 1(a) に示すように傾斜角  $\theta$  の直線滑り面上の重量  $Mg$  の剛体ブロックが地震で水平距離  $\delta_r$  だけ滑動する場合に当てはめると, 位置エネルギーは

$$E_{GR} = Mg\delta_r \tan \theta \quad (3)$$

また損失エネルギー  $E_{DP}$  については, Newmark モデルと同様にブロックに加速度が加わり限界加速度を越えて滑動がある距離にわたって生じるときに摩擦角  $\phi$  の斜面と間の摩擦で起きるとして次式が得られる<sup>6)7)8)</sup>。

$$E_{DP} = Mg\delta_r \tan \phi (1 + \tan^2 \theta) / (1 + \tan \theta \tan \phi) \quad (4)$$

斜面滑りに寄与する地震エネルギー $E_{EQ}$  は式(2)~(4)より式(5)となり, 残留水平変位  $\delta_r$  は式(6)で表わされる<sup>6)7)8)</sup>。

$$E_{EQ} = E_{DP} - E_{GR} = Mg\delta_r \tan(\phi - \theta) \quad (5)$$

$$\delta_r = E_{EQ} / [Mg \tan(\phi - \theta)] \quad (6)$$

この式を図 1(b) に示す乾燥砂斜面の模型振動実験<sup>6)</sup>と比較した結果を図 1(c) に示す。4 段階の斜面角度  $\theta$  ごとに滑り土塊重量  $Mg$  で基準化した  $E_{EQ}/Mg$  (長さの次元) に対し実験で得られた  $\delta_r$  がほぼ直線状にプロットされる。砂斜面の等価摩擦角を  $\phi = 40.6^\circ$  に設定すると, すべての傾斜角  $\theta$  について実験で選択した 4 段階の入力振動数  $f$  に依らずプロットは式(6)とほぼ一致している。つまり  $\phi$  を適切に決定できれば, この単純な理論式で非剛体的滑りであっても水平変位  $\delta_r$  が簡便に評価できることが分かる。

以下では式(6)を基本式として波動エネルギーから斜面滑り変位を計算できる「エネルギー-Newmark 法」の開発を目指し, 斜面上の剛体ブロックが地中からの上昇波エネルギーを受けて滑動する力学モデルの数値解析を行い, エネ

ルギーの視点から整理分析する。

### 3. SH 波入力による Newmark 斜面モデルと解析法

ここでは, Newmark 論文<sup>1)</sup>の基本的考え方を Sarma<sup>2)</sup> がアースダムの安定性検討に適用した図 2 のような直線剛体斜面に沿って滑る剛体ブロックのモデルを対象に, エネルギーの検討を加える。ただし, 鉛直 1 次元的な S 波の波動伝播に対応して, 摩擦角  $\phi$ , 傾斜角  $\theta$  の無限長斜面に載る一定厚さの剛体ブロックを想定する。

無限長斜面のうち水平区間長さ  $L$ , 密度  $\rho$ , 鉛直厚さ  $D$  の滑動ブロックに注目しその相対水平加速度を  $\ddot{\delta}$ , 斜面の地動水平加速度を  $\ddot{u}_0$  とすると, 剛体ブロックが斜面下流平行方向に相対加速度  $\ddot{\delta}/\cos \theta$  で滑る時にブロックにかかる力は  $\rho DL(\ddot{u}_0 \cos \theta - \ddot{\delta}/\cos \theta + g \sin \theta)$  であるのに対し, 斜面直交方向の力は平行方向ブロック加速度とは無関係であるため  $\rho DL(-\ddot{u}_0 \sin \theta + g \cos \theta)$  となる。したがって, 斜面方向の力の釣合いから滑動開始以降の相対加速度  $\ddot{\delta}$  は

$$\ddot{\delta} = [\ddot{u}_0 - g \tan(\phi - \theta)] \cos(\phi - \theta) \frac{\cos \theta}{\cos \phi} \quad (7)$$

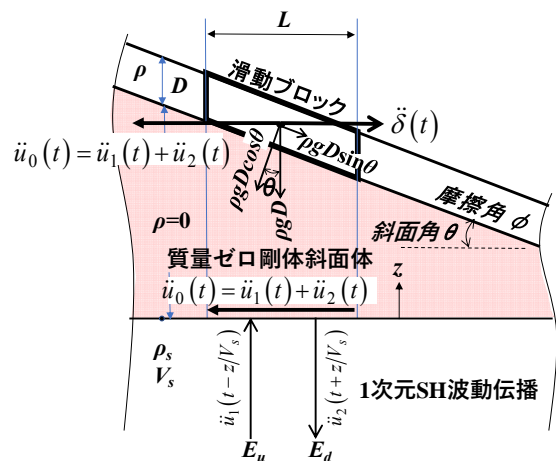


図2. 無限長斜面解析モデル

滑動開始条件は次式で表わされる<sup>23)</sup>。

$$\ddot{u}_0 - g \tan(\phi - \theta) > 0 \quad (8)$$

一方、慣性力が上流向きに加わって上流に滑る時については、地動水平加速度  $\ddot{u}_0$  が斜面直角方向におよぼす力が逆転することを考慮し式(7), (8)とは符号のみが異なる式が導かれる。それらを合わせると相対加速度  $\ddot{\delta}$  と滑動開始条件はそれぞれ下流・上流方向に滑動する場合について次式のように表すことができる(複合同順<sup>8)</sup>。

$$\ddot{\delta} = [\ddot{u}_0 \mp g \tan(\phi \mp \theta)] \cos(\phi \mp \theta) \frac{\cos \theta}{\cos \phi} \quad (9)$$

$$|\ddot{u}_0| = |\ddot{u}_1 + \ddot{u}_2| > g \tan(\phi \mp \theta) \quad (10)$$

この斜面に地動水平加速度  $\ddot{u}_0$  を加えるのは Newmark 法と同様だが、「エネルギー-Newmark 法」では  $\ddot{u}_0$  が加わるメカニズムとして下方からの SH 波の伝播を考慮する。そのために図 2 に示すように、斜面体(陰影部分)を水平底部境界を有する質量ゼロの完全剛体と仮定し、その底部境界は質量  $\rho_s$ 、S 波速度  $V_s$  の 1 次元地盤と接しているようなモデルを想定する。1 次元地盤中を SH 加速度波  $\ddot{u}_1$  が上昇し、斜面底部境界面で反射して下降加速度波  $\ddot{u}_2$  として戻っていく場合に、境界面を原点とし上向きに  $z$  軸をとり深さ  $z$  での水平加速度  $\ddot{u}$  を次式で表わす。

$$\ddot{u} = \ddot{u}_1(t - z/V_s) + \ddot{u}_2(t + z/V_s) \quad (11)$$

境界面  $z=0$  での加速度  $\ddot{u}_0$  は

$$\ddot{u}_{z=0} \equiv \ddot{u}_0 = \ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t) \quad (12)$$

であり、ここでは加速度  $\ddot{u}_0$  が質量ゼロの剛体斜面を通して滑動ブロックに直接伝わる水平地動加速度  $\ddot{u}_0$  になると考える。この  $\ddot{u}_0$  により Newmark 法と全く同様にブロック滑動変位が計算され、エネルギー収支式(2)が成り立つ。ただしここでは無限長斜面の単位長 1 m と奥行 1 m 当たりのエネルギーを対象として、エネルギーの添え字を小文字に改め次式で表わす。

$$E_{dp} = E_{gr} + E_{eq} \quad (13)$$

そのうち斜面滑りに寄与する地震エネルギー  $E_{eq}$  については、図 2 に示す境界面直下での単位面積当たりの累積上昇波動エネルギー  $E_u$  と累積下降波動エネルギー  $E_d$  の差に等しいことから次式が成り立つ。

$$E_{eq} = E_u - E_d \quad (14)$$

このように定義した単位平面積当たりの地震エネルギー  $E_{eq}$  によれば式(6)の残留水平変位  $\delta_r$  は次式となる。

$$\delta_r = E_{eq} / [\rho g D \tan(\phi - \theta)] \quad (15)$$

式(14)の累積エネルギー  $E_u$  と  $E_d$  は波動エネルギーの定義式(例えば<sup>8),<sup>11)</sup>により時間  $t=0 \sim T$  について、次式で算定できる。</sup>

$$\left. \begin{aligned} E_u &= \rho_s V_s \int_0^T [\dot{u}_1(t)]^2 dt \\ E_d &= \rho_s V_s \int_0^T [\dot{u}_2(t)]^2 dt \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ところで、図 2 のモデルは傾斜角  $\theta$  の斜面モデルと水平成層モデルを結合しているため、傾斜角が  $\theta=0$  を除いて波動論的には厳密性を欠いた工学目的の近似モデルであることは言うまでもない。しかしこの近似性は元来 Newmark 斜面モデルを考え出した時から陰に存在していると言えよう。ここでは水平力の釣合いにのみ着目し、斜面モデル上の滑動ブロックの水平慣性力が図 2 の仮想斜面モデルを通じて SH 波による水平せん断応力と釣り合うとする。

滑動ブロックの地表に対する相対加速度を  $-\ddot{\delta}$  とするとブロックの絶対加速度  $\ddot{u}_b$  は

$$\ddot{u}_b = \ddot{u}_0 - \ddot{\delta} \quad (17)$$

水平方向長さ  $L$  当たりにブロックの絶対加速度による慣性力と境界面に働く反力  $T$  とが釣り合うことから、

$$\rho D L \ddot{u}_b = T \quad (18)$$

また、水平方向長さ  $L$  について、剛体斜面底面境界での反力  $T$  と地盤から伝わるせん断力が釣り合うことから

$$T + L G_s \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (19)$$

式(18)と式(19)から、滑動ブロック慣性力と斜面底部境界面でのせん断応力の直接的釣合いは

$$\rho D (\ddot{u}_0 - \ddot{\delta}) + G_s \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (20)$$

ゆえに次の基本釣合い式が成り立つ。

$$\rho D (\ddot{u}_1(t) + \ddot{u}_2(t) - \ddot{\delta}(t)) = \rho_s V_s [\dot{u}_1(t) - \dot{u}_2(t)] \quad (21)$$

したがって式(9)(10)(21)を組み合わせることにより、波動入力による Newmark 斜面モデルの解析が可能となる。

このモデルの定常応答に対応した上昇・下降の調和加速度波をそれぞれ  $\ddot{u}_1(t) = A_1 e^{i\omega t}$  と  $\ddot{u}_2(t) = A_2 e^{i\omega t}$ 、対応する調和速度波を  $\dot{u}_1(t) = (A_1/i\omega) e^{i\omega t}$  と  $\dot{u}_2(t) = (A_2/i\omega) e^{i\omega t}$  と置いて式(21)に代入すると次式となる。

$$i \frac{\omega \rho D}{\rho_s V_s} [(A_1 + A_2) e^{i\omega t} - \ddot{\delta}(t)] = (A_1 - A_2) e^{i\omega t} \quad (22)$$

滑りが生じないときは  $\ddot{\delta}(t) = 0$  であるから、上昇波と下降波の振幅比として次式が得られる。

$$\frac{A_2}{A_1} = \left( 1 - i \frac{\omega \rho D}{\rho_s V_s} \right) / \left( 1 + i \frac{\omega \rho D}{\rho_s V_s} \right) = (1 - i\alpha) / (1 + i\alpha) \quad (23)$$

ここに  $\omega \rho D$  は波動インピーダンスの次元を持っており、

$$\alpha = (\omega \rho D) / (\rho_s V_s) \quad (24)$$

をここではブロックインピーダンス比と名付けることとする。 $\alpha$  は式(21), (22)の支配パラメータであることは明瞭

であり、振幅比  $A_2/A_1$  は勿論として以下で扱うエネルギー比率の決定に密接に関わっていると考えられる。

滑りが生じる  $\ddot{\delta}(t) \neq 0$  の場合は非線形問題となり、式(21)を解くには数値解析が必要である。滑り開始水平加速度は式(8)から下流方向滑りについて次式で表わされる。

$$|\ddot{u}_0| = |A_1 + A_2| = g \tan(\phi - \theta) \quad (25)$$

ここに式(23)の振幅  $A_1$  と  $A_2$  の比は両者の位相遅れ角  $\xi = \tan^{-1} 2\alpha / (1 - \alpha^2)$  により  $A_2/A_1 = \cos \xi - i \sin \xi$  で表わされるから、式(25)で表わされる斜面水平加速度の絶対値  $|A_1 + A_2|$  と自由表面での振幅  $2A_1$  (実数に設定) との比率は次式となる。

$$\frac{|A_1 + A_2|}{2A_1} = \frac{\left[ (1 + \cos \xi)^2 + \sin^2 \xi \right]^{0.5}}{2} \quad (26)$$

以下の数値解析例で取り上げる斜面条件について位相遅れ角  $\xi$  と式(26)の比率を後出の表 1 に示しているが、 $|A_1 + A_2|/2A_1 = 0.9 \sim 1.0$ , つまり  $|A_1| \approx |A_2|$  とする誤差は 10% 以内であり、ここでは式(25)に基づき  $|A_1| \approx |A_2| = (g/2) \times \tan(\phi - \theta)$  で近似する。さらに入力する上昇波を加速度振幅  $A_1$  と角振動数  $\omega$  の正弦波  $\ddot{u}_1(t) = A_1 \sin \omega t$  で表示すると、1 周期  $T = 2\pi/\omega$  での単位平面積当たり滑動開始上昇エネルギー  $E_{u0}$  は式(16)により斜面下流方向滑りについて

$$\begin{aligned} E_{u0} &= \rho_s V_s \int_0^T \dot{u}_1^2 dt = \rho_s V_s \frac{A_1^2}{\omega^2} \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2 \omega t dt \\ &= \pi \rho_s V_s \frac{A_1^2}{\omega^3} = \frac{\pi \rho_s V_s}{4\omega^3} g^2 \tan^2(\phi - \theta) \end{aligned} \quad (27)$$

で計算できることが分かる。

#### 4. 数値解析法と計算例

数値解析に当たっては式(9)(10)(21)を時間についての差分式で表し、Wilson の  $\theta$  法<sup>12)</sup> (絶対安定条件の  $\theta=1.4$  を採用：パラメータ  $\theta$  は斜面角度の  $\theta$  とは異なることに注意) により時間刻み  $\Delta t=0.0025$  s での数値積分を行った。まず式(21)を時間  $t = t + \theta \Delta t$  について表す。

$$\begin{aligned} \rho D [\ddot{u}_1(t + \theta \Delta t) + \ddot{u}_2(t + \theta \Delta t) - \ddot{\delta}(t + \theta \Delta t)] \\ - \rho_s V_s [\dot{u}_1(t + \theta \Delta t) - \dot{u}_2(t + \theta \Delta t)] = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

この式中の下降波速度  $\dot{u}_2(t + \theta \Delta t)$  についての差分式

$$\dot{u}_2(t + \theta \Delta t) = \dot{u}_2(t) + \theta \Delta t \cdot (\ddot{u}_2(t) + \ddot{u}_2(t + \theta \Delta t)) / 2 \quad (29)$$

を式(28)に代入し下降波加速度  $\ddot{u}_2(t + \theta \Delta t)$  について整理すると  $t + \theta \Delta t$  時点での下降波加速度は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \ddot{u}_2(t + \theta \Delta t) = \frac{1}{\rho D + \rho_s V_s \cdot \theta \Delta t / 2} \times \\ \left[ \begin{aligned} &-\rho D \cdot \ddot{u}_1(t + \theta \Delta t) + \rho_s V_s \dot{u}_1(t + \theta \Delta t) \\ &-\frac{\rho_s V_s}{2} \theta \Delta t \cdot \ddot{u}_2(t) - \rho_s V_s \cdot \dot{u}_2(t) + \rho D \ddot{\delta}(t + \theta \Delta t) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$\ddot{u}_2(t + \theta \Delta t)$  を求める際には、式(30)右辺の上昇波加速度

$\ddot{u}_1(t + \theta \Delta t)$  と速度  $\dot{u}_1(t + \theta \Delta t)$  さらに前時間ステップの加速度  $\ddot{u}_2(t)$  と速度  $\dot{u}_2(t)$  は既知であるが最右翼の  $\ddot{\delta}(t + \theta \Delta t)$  は未知であるため、まず前時間ステップの値  $\ddot{\delta}(t)$  を入力して同じ  $t + \theta \Delta t$  について繰返し計算により収束値を求めることとし、収束繰返し回数は試行錯誤により 50 回に設定した。 $\ddot{u}_2(t + \theta \Delta t)$  が得られれば式(29)により下降波速度  $\dot{u}_2(t + \theta \Delta t)$  が決定できる。

次に式(10)により滑り開始加速度と斜面の絶対加速度  $\ddot{u}_0(t + \theta \Delta t) = \ddot{u}_1(t + \theta \Delta t) + \ddot{u}_2(t + \theta \Delta t)$  を比較し、滑る条件であれば式(9)により次式でブロック相対加速度を計算する。

$$\ddot{\delta}(t + \theta \Delta t) = [\ddot{u}_0(t + \theta \Delta t) \mp g \tan(\phi \mp \theta)] \cos(\phi \mp \theta) \frac{\cos \theta}{\cos \phi} \quad (31)$$

さらに次式により相対速度と変位を計算する。

$$\dot{\delta}(t + \theta \Delta t) = \dot{\delta}(t) + \theta \cdot \Delta t \cdot (\ddot{\delta}(t) + \ddot{\delta}(t + \theta \Delta t)) / 2 \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \delta(t + \theta \Delta t) = \delta(t) + \theta \cdot \Delta t \cdot \dot{\delta}(t) + (\theta \cdot \Delta t)^2 \cdot \ddot{\delta}(t) / 3 \\ + (\theta \cdot \Delta t)^2 \cdot \ddot{\delta}(t + \theta \Delta t) / 6 \end{aligned} \quad (33)$$

そしてこれら  $t + \theta \Delta t$  時点の上記諸量の計算値を  $X(t + \theta \Delta t)$  で表わした場合、それから  $t + \Delta t$  時点の値  $X(t + \Delta t)$  を Wilson の  $\theta$  法により次式で内挿した。

$$X(t + \Delta t) = (1 - 1/\theta) \cdot X(t) + (1/\theta) \cdot X(t + \theta \Delta t) \quad (34)$$

この解析法の妥当性を確認するために行った計算例を以下に示す。上昇加速度波として振動数  $f=1.0$  Hz, 振幅  $A_1$  の調和波  $\ddot{u}_1(t) = A_1 \sin 2\pi ft$  を 10 サイクル加えた。ただし、開始から 5 サイクルまでは 0 から 100% まで振幅が増加する時間比例型のテーパを調和波に乗じて初期での波動の急激な立ち上がり結果に与える影響を避け、6~10 サイクルでは規定の一定振幅調和波になるようにした。滑り面の摩擦角  $\phi = 35^\circ$ , 直線斜面上を滑動する滑動ブロックの密度  $\rho = 1.8$  t/m<sup>3</sup>, ブロックの鉛直層厚  $D = 10$  m, 斜面直下の地盤密度  $\rho_s = 1.8$  t/m<sup>3</sup>, S 波速度  $V_s = 200$  m/s である。

このうち、図 3 には斜面角度  $\theta=0^\circ$  の場合について上昇波加速度振幅  $A_1 = 3.0$  m/s<sup>2</sup> で計算した斜面の加速度・速度波形を(a)に、単位平面積当たり累積エネルギーの時刻歴を(b)に示す。この時、下降波と合わせた斜面加速度  $\ddot{u}_0 = \ddot{u}_1 + \ddot{u}_2$  の振幅はほぼ 6.0 m/s<sup>2</sup> であるため (式(26)の比率がほぼ 1.0 であるため)、式(8)で計算される  $\theta=0^\circ$  の滑動

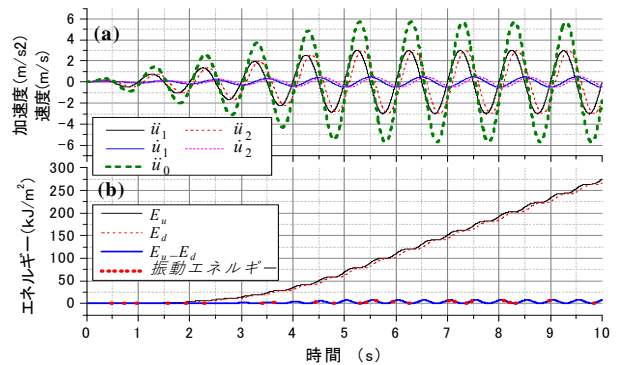
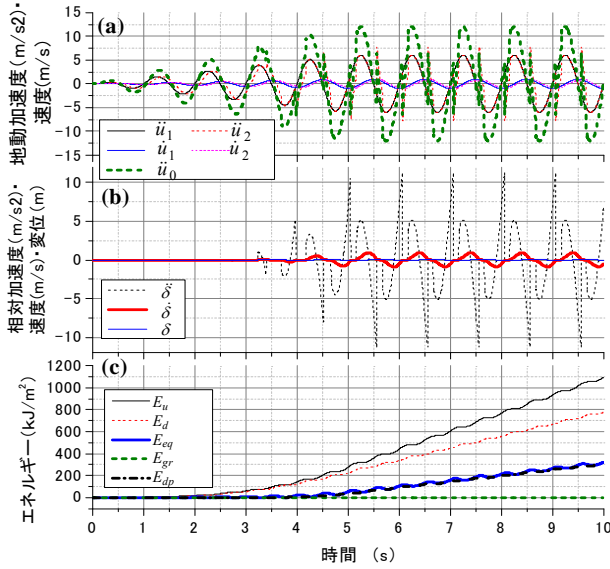


図 3.  $\theta=0^\circ$ ,  $A_1=3.0$  m/s<sup>2</sup> の計算結果



図 4.  $\theta=0^\circ, A_1=6.0 \text{ m/s}^2$  の計算結果

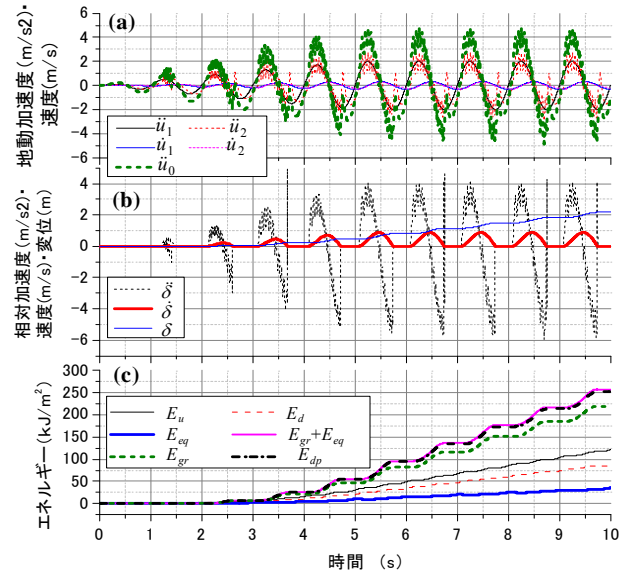
開始限界加速度  $g \tan(\phi - \theta) = 6.86 \text{ m/s}^2$  には達せず滑りは起きない。したがって上昇波と下降波の振幅は等しく、累積上昇波エネルギー  $E_u$  と累積下降波エネルギー  $E_d$  も一致し、地盤の滑りに使われる地震エネルギー  $E_u - E_d$  はゼロ付近で推移している。ちなみに上昇波と下降波の位相差については、ブロックの質量を  $\rho D \rightarrow 0$  とした時は自由表面に対応して同位相となり、 $\rho D \rightarrow \infty$  とした時は固定表面に対応して完全逆位相となることを別途確認している。

図 4 には同じく  $\theta=0^\circ$  の斜面について  $A_1=6.0 \text{ m/s}^2$  ( $\ddot{u}_0 = \ddot{u}_1 + \ddot{u}_2$  の振幅はほぼ  $12.0 \text{ m/s}^2$ ) とした計算で得られた斜面加速度・速度波形を(a)に、ブロック相対加速度・速度・変位を(b)に、単位平面積当たり累積エネルギーの時刻歴を(c)に示す。この場合、 $\ddot{u}_0 = \ddot{u}_1 + \ddot{u}_2$  は限界加速度  $6.86 \text{ m/s}^2$  を 3 サイクル目で超えるためブロックの相対加速度・速度・変位 ( $\ddot{\delta}$ ,  $\dot{\delta}$ ,  $\delta$ ) が発生し、同時に上昇波エネルギー  $E_u$  に比べ下降波エネルギー  $E_d$  が明らかに小さくなりエネルギー損失が発生したことを示す。そして両者の差である  $E_{eq} = E_u - E_d$  の値は単調に増加し、滑動ブロック底面で発揮される摩擦抵抗による単位平面積当たりの損失エネルギー  $E_{dp}$  と一致していることが分かる。すなわち、

$$E_{eq} = E_u - E_d = E_{dp} \quad (35)$$

が成り立ち、上昇波で斜面に運ばれた累積波動エネルギー  $E_u$  の内、ブロックの滑動により摩擦損失エネルギー  $E_{dp}$  が失われ、残りの  $E_d$  が地中に戻されたことを示している。

図 5 には斜面角度  $\theta=30^\circ$  の場合について  $A_1=2.0 \text{ m/s}^2$  とした計算で得られた同様な結果を示す。 $\theta=0^\circ$  以外では滑りが生じたときに応答加速度計算値に数値計算上過大な高周波振動が発生する。それを抑制するために各時間ステップでの加速度変動幅に上限値  $0.2 \sim 0.5 \text{ m/s}^2$  を与えているが、それでも(a), (b)に示す下降加速度波  $\ddot{u}_2$ , 斜面加速度  $\ddot{u}_0 = \ddot{u}_1 + \ddot{u}_2$ , ブロック相対加速度  $\ddot{\delta}$  に混じる高周波振動が計算誤差の原因となっている。この例では、 $\ddot{u}_0$  は下流側への滑動開始加速度  $g \tan(\phi - \theta) = 0.84 \text{ m/s}^2$  を 2 サイクル

図 5.  $\theta=30^\circ, A_1=2.0 \text{ m/s}^2$  の計算結果

目で超えて(b)のようにブロックの相対速度が専ら下流側(+)側に生じ、それを積分した相対変位が下流側に累積する結果が得られる。一方、限界加速度が  $g \tan(\phi + \theta) = 8.22 \text{ m/s}^2$  となる上流側への滑りは全く生じないことも分かる。(c)のエネルギーについては上昇波エネルギー  $E_u$  に比べ下降波エネルギー  $E_d$  が小さく、斜面滑動に使われる地震エネルギー  $E_{eq} = E_u - E_d$  は滑りの進行と共に単調に増加する。ブロック滑動に伴う重力エネルギー  $E_{gr}$  と摩擦損失エネルギー  $E_{dp}$  は図 6 に概念的に示すように土塊長さ  $L=1.0 \text{ m}$  の部分について計算し、特に  $E_{dp}$  については式(36), (37)により時間ステップ  $\Delta t$  毎に増分計算している。

$$E_{dp} \equiv E_{dp}(t + \Delta t) = E_{dp}(t) + \Delta E_{dp} \quad (36)$$

$$\Delta E_{dp} = \rho DL (\mp \ddot{u}_0(t) \tan \theta + g) |\delta(t + \Delta t) - \delta(t)| \tan \phi$$

$$(\text{複合同順: 下流} \cdot \text{上流方向}) \quad (37)$$

図 5(c)からは下流への滑りで重力エネルギー  $E_{gr}$  が大きく増加し、地震波が供給するエネルギー  $E_{eq} = E_u - E_d$  と合わせた合計  $E_{gr} + E_{eq}$  は摩擦損失エネルギー  $E_{dp}$  と一致していることが分かる。

このように SH 波の上昇波エネルギー  $E_u$  と下降波エネルギー  $E_d$  との差が  $E_{eq} = E_u - E_d$  として斜面滑りに充てられ、重力エネルギー  $E_{gr}$  の作用と合わせて斜面変形で使われる損失エネルギー  $E_{dp}$  を供給するとした斜面崩壊メカニズムでのエネルギー収支式(13)が無制限長斜面についての解析によって再現されていることが確認できる。

## 5. エネルギーと各種パラメータの関係

基本特性の確認されたこの解析法を使って、調和波 1 サイクル当たりの斜面残留水平変位と地震エネルギーや上昇エネルギーとの相互関連を調べてみた。すなわち、前述のようなテーパ付き調和波を異なる振幅で種々の条件の斜面に入力し、10 サイクル目の増分値 (9 波目終了時と

表 1. Newmark 斜面モデル波動伝播解析での計算パラメータ

$\phi$ (°)	$\theta$ (°)	$\tan(\phi-\theta)$	滑り開始 上昇加速度 $A_{10}$ (m/s <sup>2</sup> )	$V_s$ (m/s)	$f$ (Hz)	$D$ (m)	インピーダンス比 $\alpha = \omega \rho D / (\rho_s V_s)$	滑り開始上昇 エネルギー $E_{u0} =$ $(\pi \rho_s V_s / \omega^3) A_{10}^2$	上昇波 $A_1$ 下降波 $A_2$ 位相遅れ(rad.)	Abs ( $A_1 + A_2$ ) $\div 2A_1$
35	20	0.268	1.313	200	1	10	0.314	7.86	0.609	0.954
35	25	0.176	0.864	200	1	10	0.314	3.40	0.609	0.954
35	30	0.087	0.429	200	1	10	0.314	0.84	0.609	0.954
35	30	0.087	0.429	200	0.714	10	0.224	2.30	0.441	0.976
35	30	0.087	0.429	200	0.5	10	0.157	6.70	0.312	0.988
35	30	0.087	0.429	200	1	2.5	0.079	0.84	0.157	0.997
35	30	0.087	0.429	200	1	5	0.157	0.84	0.312	0.988
35	30	0.087	0.429	150	1	10	0.419	0.63	0.793	0.922
35	30	0.087	0.429	300	1	10	0.209	1.26	0.413	0.979

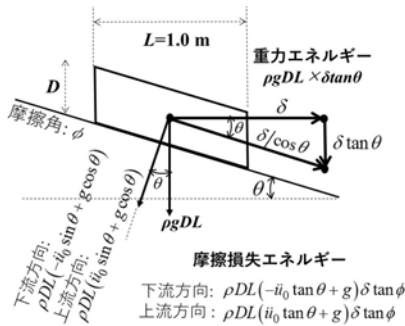


図 6. 斜面上のブロック滑動のエネルギー概念

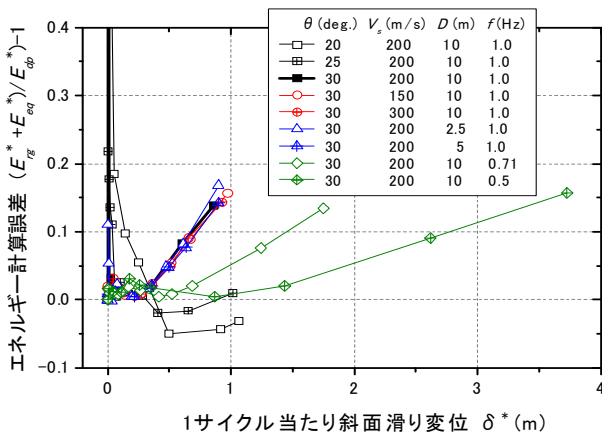


図 7. 計算変位量  $\delta^*$  に対する (位置エネルギー  $E_{gr}^*$  + 地震エネルギー  $E_{eq}^*$ ) と摩擦損失エネルギー  $E_{dp}^*$  の一致度の変化

10 波目終了時の差) を定常応答 1 サイクル分の値とし、 $\delta^*$ 、 $E_u^*$ 、 $E_{eq}^*$ 、 $E_{gr}^*$ 、 $E_{dp}^*$  で表わすこととする。

一般的な盛土条件を想定して滑り面の摩擦角  $\phi=35^\circ$ 、地盤密度  $\rho_s=1.8 \text{ t/m}^3$ 、直線斜面上を滑動する土塊ブロックの密度  $\rho=1.8 \text{ t/m}^3$  として、斜面角度  $\theta=20, 25, 30^\circ$ 、調和波の振動数  $f=0.5, 0.714, 1.0 \text{ Hz}$ 、滑動ブロックの鉛直厚  $D=2.5, 5, 10 \text{ m}$ 、地盤の S 波速度  $V_s=150, 200, 300 \text{ m/s}$  に変化させこれらのパラメータの影響度を調べた。なお、斜面滑りはすべてのケースで下流方向にのみ発生しているため、式 (9)(10)(37) の複号は上段のみを使っている。表 1 には一連の計算で採用したパラメータの組み合わせを示している。

はじめに、これら一連の数値解析に含まれる計算誤差を確認するため、式(13)に従って本来一致すべき  $E_{gr}^* + E_{eq}^*$

と  $E_{dp}^*$  を使ってエネルギー誤差割合  $\varepsilon_{er}$  を次式で定義し、変位  $\delta$  に対し図 7 に示している。

$$\varepsilon_{er} = \left[ (E_{gr}^* + E_{eq}^*) / E_{dp}^* \right] - 1 \quad (38)$$

これより、1 サイクル分の水平変位  $\delta^*$  が 0.1 m 以下のごく小さな範囲ではエネルギー誤差が急激に高まるが、これは滑りによるエネルギー損失が微小の場合でも滑動ブロックと地盤の組み合わせで生まれる弾性振動の影響で完全には  $E_{eq}^*=0$  とならないにも関わらず分母の  $E_{dp}^*$  が極めて小さいことが原因しているようである。しかし滑り変位  $\delta^*$  に及ぼす影響は  $\delta^*$  の絶対値が微小なため無視できる。 $\delta^*$  の増大によるエネルギー誤差の現れ方はケースによりかなり異なるものの、水平変位  $\delta^* \approx 0.3 \text{ m}$  以下では  $\theta=20^\circ$  のケースを除き 2~3% を下回り、変位の増大と共に大きくなる傾向が読み取れる。

(1) エネルギーと斜面変位量の関係

図 8(a) は  $\phi=35^\circ$ 、 $f=1.0 \text{ Hz}$ 、 $D=10 \text{ m}$ 、 $V_s=200 \text{ m/s}$  で斜面角度が  $\theta=20, 25, 30^\circ$  の 3 段階に変化する場合の斜面水平変位計算値  $\delta^*$  に対する上昇波エネルギー  $E_u^*$  と斜面変形に使われる地震エネルギー  $E_{eq}^*$  をそれぞれ中実記号 + 実線と中空記号 + 破線で示している。この場合の滑り開始エネルギー  $E_{u0}$  は式(27)を使って  $\theta=20, 25, 30^\circ$  についてそれぞれ  $E_{u0}=7.86, 3.40, 0.84 \text{ kJ/m}^2$  と計算される。1 サイクル当たりの上昇エネルギー  $E_u^*$  が  $E_{u0}$  を超えると滑り始め、 $\delta^*$  は  $E_u^*$  に対し単調に増加している。実際に斜面変形に関わっているのはこのうちの  $E_{eq}^*$  のみであり、 $E_u$  に対しその割合はかなり小さいことが分かる。図 8(b) では同じ  $E_{eq}^* \sim \delta^*$  関係を中実記号 + 実線で拡大表示し、さらに  $E_{eq}^*$  を  $\tan(\phi-\theta)$  で割った値と  $\delta^*$  の関係を中空記号 + 破線で示している。 $E_{eq}^* \sim \delta^*$  関係は斜面角度  $\theta$  により異なっているが、 $E_{eq}^* / \tan(\phi-\theta) \sim \delta^*$  関係は  $\delta^*=0 \sim 0.3 \text{ m}$  の範囲ではほぼ一意的関係となり、太い点線の  $E_{eq}^* / [\delta^* \tan(\phi-\theta)] = \rho g D = 176 \text{ kJ/m}^3$  とほぼ一致していることが分かる。すなわち計算結果は前出の理論式(15)や図 1 (c) に示す実験結果に一致していることが確認できる。ただし  $\delta^* \approx 0.3 \text{ m}$  以上ではカーブして直線を下回り、計算誤差の影響が表れているものと考えられる。

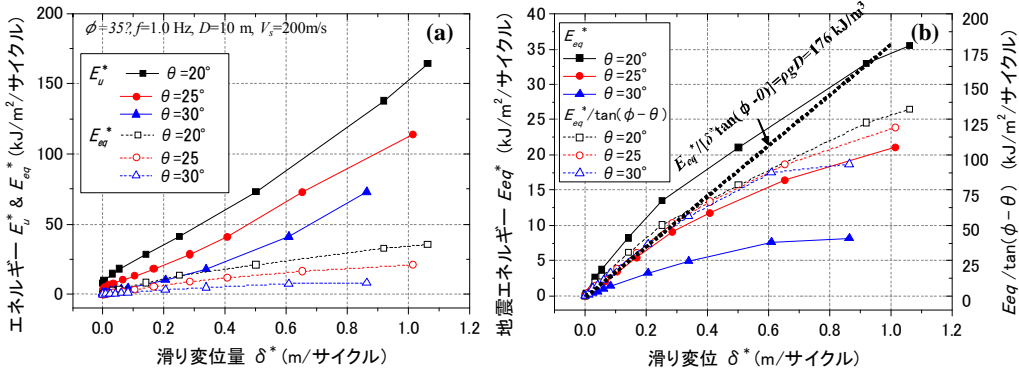


図 8.  $\theta=20, 25, 30^\circ$  の斜面の上昇エネルギー $E_u^*$ , 斜面変形に使われる地震エネルギー $E_{eq}^*$ と水平変位量 $\delta^*$ の関係：  
(a)  $E_u^*, E_{eq}^* \sim \delta^*$  関係, (b)  $E_{eq}^* / \tan(\phi - \theta) \sim \delta^*$  関係

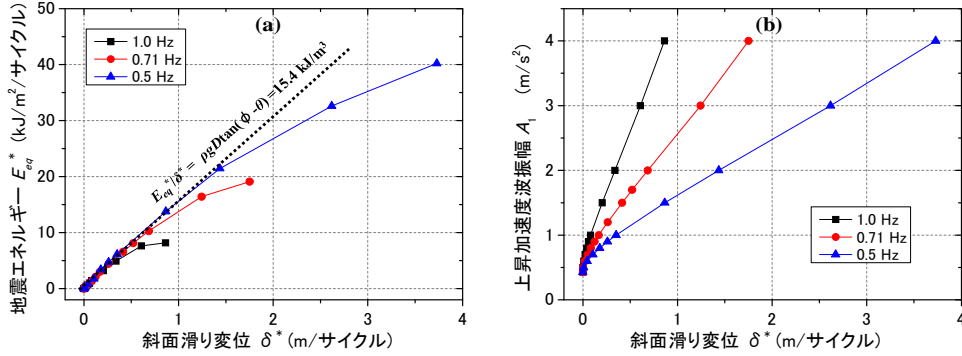


図 9.  $f=1.0, 0.71, 0.5$  の場合の地震エネルギーまたは加速度振幅と水平変位計算値 $\delta^*$ の関係：  
(a)  $E_{eq}^* \sim \delta^*$  関係, (b)  $|A_1| \sim \delta^*$  関係

図 9 (a)は  $\phi = 35^\circ, \theta = 30^\circ, D = 10 \text{ m}, V_s = 200 \text{ m/s}$  で入力調和波の振動数を  $f = 1.0, 0.71, 0.5 \text{ Hz}$  と変化した場合の斜面水平変位計算値  $\delta$  に対する斜面変位に使われる地震エネルギー  $E_{eq}^*$  をプロットしている。図中に示す点線は  $E_{eq}^* / \delta^* = \rho g D \tan(\phi - \theta) = 15.4 \text{ kJ/m}^3$  の理論直線であり、計算値は変位が小さい範囲ではこれと良く一致しているが、 $\delta \approx 0.3 \text{ m}$  を超えると下方へ明らかに乖離し計算誤差の影響と思われる。ここで特筆すべきは理論値との一致が見られる  $\delta^* < 0.3 \text{ m}$  では振動数  $f$  に依らず  $E_{eq}^* \sim \delta^*$  関係は一意的となる点である。これと対照的なのは図 9 (a) と同じ計算での上昇波加速度振幅  $A_1$  (前述のように通常の Newmark 法での斜面加速度振幅の約 1/2) を斜面変位量に対しプロットした図 9 (b) である。計算誤差が小さいと考えられる  $\delta^* < 0.3 \text{ m}$  の範囲でも斜面変位～加速度振幅関係は振動数に依存し一意性がないことが分かる。地震時斜面残留変位の評価には加速度ではなく一意の関係のあるエネルギーが

適していることは以前に筆者らが模型実験でも明らかにしているが<sup>6)8)</sup>, Newmark モデルと波動伝播を関連付けたこの解析でも同じ知見が得られたことになる。

図 10(a)は  $\phi = 35^\circ, \theta = 30^\circ, f = 1.0 \text{ Hz}, V_s = 200 \text{ m/s}$  の条件で滑動ブロックの鉛直厚さを  $D = 2.5, 5.0, 10 \text{ m}$  と変化した場合の斜面水平変位計算値  $\delta^*$  に対する地震エネルギー  $E_{eq}^*$  をプロットしている。図中に示す 3 本の点線は  $E_{eq}^* / \delta^* = \rho g D \tan(\phi - \theta)$  の理論直線であり、3 段階の  $D$  についての計算値は変位が小さい  $\delta^* = 0 \sim 0.3 \text{ m}$  の範囲ではこれと良く一致している。図 10(b)は  $\phi = 35^\circ, \theta = 30^\circ, f = 1.0 \text{ Hz}, D = 10 \text{ m}$  で地盤の S 波速度を  $V_s = 150, 200, 300 \text{ m/s}$  と変化した場合の斜面水平変位  $\delta^*$  に対する地震エネルギー  $E_{eq}^*$  をプロットしている。図中に示す点線は  $E_{eq}^* / \delta^* = \rho g D \tan(\phi - \theta) = 15.4 \text{ kJ/m}^3$  の理論直線であり、変位が小さい  $\delta^* = 0 \sim 0.3 \text{ m}$  の範囲ではこれと良く一致している。

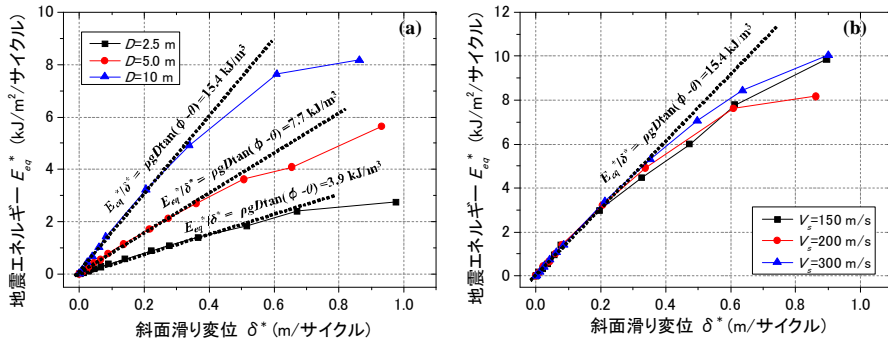


図 10. 滑り層厚  $D = 2.5, 5, 10 \text{ m}$  での  $E_{eq}^* \sim \delta^*$  関係(a)と、地盤 S 波速度  $V_s = 150, 200, 300 \text{ m/s}$  での  $E_{eq}^* \sim \delta^*$  関係 (b)

以上のように Newmark タイプの斜面モデルと調和波の伝播を組み合わせた解析により調和波 1 サイクル当たりの変位量  $\delta^* = 0 \sim 0.3\text{m}$  の計算誤差の小さな範囲で式(15)の理論式との一致が全てのパラメータについて確認できた。特に地震波の加速度や振動数の違いによらず、エネルギーにより一意的に変位量が計算できることは特筆できる。これは摩擦損失エネルギーにより変位量が一意的に決まるためであり、振動数や振幅の変化する不規則波についても加速度波形の違いに依らずエネルギーにより変位量が一意的に決められると考えられる。つまり地震波の加速度時刻歴がなくても単位平面積当たりの斜面変形に使われる地震エネルギー  $E_{eq}^*$  が分かれば、式(15)により簡便に Newmark 法による斜面変位が計算できる。そのためには、設計地震に対応した上昇波エネルギーから実際に斜面滑りに使われる  $E_{eq}^*$  を決定することが必要である。

(2) 斜面滑りの地震エネルギーと上昇エネルギーの関係

図 11(a)は  $\phi = 35^\circ$ ,  $f = 1.0\text{ Hz}$ ,  $D = 10\text{ m}$ ,  $V_s = 200\text{ m/s}$  で斜面角度を  $\theta = 20, 25, 30^\circ$  の 3 段階に変化させた場合の調和波 1 サイクル当たりの上昇波エネルギー  $E_u^*$  の対数に対しエネルギー比  $E_{eq}^*/E_u^*$  をプロットしている。この場合、 $f = 1.0\text{ Hz}$  の調和波の滑動開始エネルギー  $E_{u0}$  は式(27)により  $\theta = 20, 25, 30^\circ$  についてそれぞれ表 1 に示すように  $E_{u0} = 7.86, 3.40, 0.84\text{ kJ/m}^2$  と計算されている。各  $\theta$  の値毎に  $E_u^*$  が  $E_{u0}$  を上回ると  $E_{eq}^*/E_u^*$  はゼロから  $E_u^*$  の対数に対しほぼ直線的に増加し、式(24)で定義されるブロックインピーダンス比  $\alpha = 0.314$  に近づくと頭打ち傾向が現れる。その後さらに  $E_u^*$

が増加すると  $E_{eq}^*/E_u^*$  は低下に転ずる。ところで、図 8~10 の  $E_{eq}^* \sim \delta^*$  関係で述べたように、斜面滑動変位が小さい範囲では計算結果は理論との一致度が高いが  $\delta^* \approx 0.3\text{ m}$  を超えると理論とのズレが現れる。図中には  $\delta^* > 0.3\text{ m}$  に対応する範囲を記号で示しているが、この低下傾向の範囲にほぼ対応していることが分かる。図 11 (b)では (a)の横軸の上昇エネルギー  $E_u^*$  を  $E_{u0}$  で基準化して  $E_u^*/E_{u0}$  とし、縦軸のエネルギー比を式(24)のブロックインピーダンス比  $\alpha$  で除して  $E_{eq}^*/E_u^*/\alpha$  とした結果をプロットし直している。これより計算誤差によるバラツキはあるものの、斜面角度ごとに大幅に異なっていた関係がほぼ一意的関係として表示できることが分かる。

図 12(a)は  $\phi = 35^\circ$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $D = 10\text{ m}$ ,  $V_s = 200\text{ m/s}$  で上昇加速度波の振動数を  $f = 1.0, 0.71, 0.5\text{ Hz}$  の 3 段階に変化させた場合の 1 サイクル当たりの上昇波エネルギー  $E_u^*$  に対するエネルギー比  $E_{eq}^*/E_u^*$  を片対数グラフにプロットしている。 $f$  毎に式(27)で計算される滑動開始エネルギー  $E_{u0} = 0.84, 2.30, 6.70\text{ kJ/m}^2$  を  $E_u^*$  が上回ると  $E_{eq}^*/E_u^*$  はゼロから  $E_u^*$  の対数に対し直線的に増加し、 $\alpha = 0.314, 0.224, 0.157$  に近づくと頭打ち傾向が現れる。つまり、振動数の高い波ほど上昇エネルギー  $E_u^*$  のうち斜面滑りに使われるエネルギー  $E_{eq}^*$  の割合が大きくなることを意味している。さらに  $E_u^*$  が増加すると  $E_{eq}^*/E_u^*$  は低下傾向に転ずるが、ここからは図 11 と同様に信頼性が低下する範囲となることが分かる。また図 12 (b)の横軸と縦軸を基準化してプロットし直したグラフでは、振動数ごとに大幅に異なっていた関係がほぼ一意的関係として表されることが分かる。

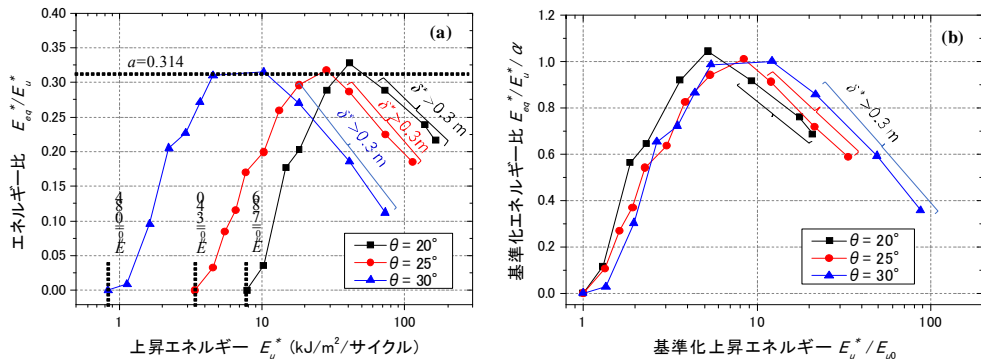


図 11.  $\phi = 35^\circ, f = 1.0\text{ Hz}, D = 10\text{ m}, V_s = 200\text{ m/s}$  の条件で  $\theta = 20, 25, 30^\circ$  に変化した場合の  $E_u \sim E_{eq}/E_u$  関係(a)と  $E_u/E_{u0} \sim E_{eq}/E_u/\alpha$  関係 (b)

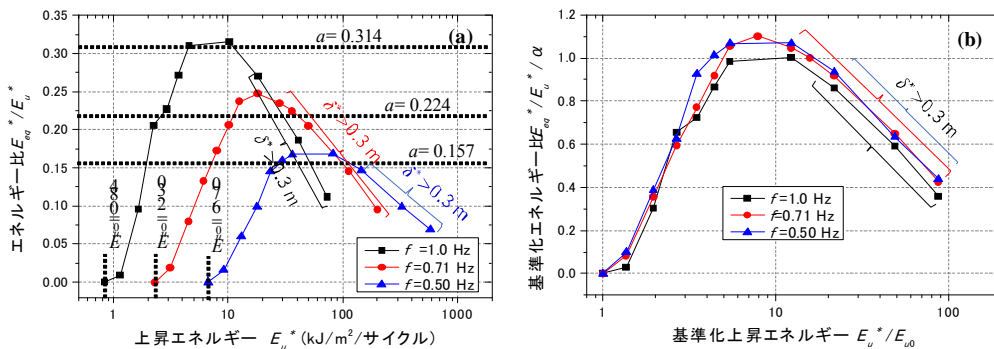


図 12.  $\phi = 35^\circ, \theta = 30^\circ, D = 10\text{ m}, V_s = 200\text{ m/s}$  の条件で  $f = 1.0, 0.71, 0.50\text{ Hz}$  に変化した場合の  $E_u \sim E_{eq}/E_u$  関係(a)と  $E_u/E_{u0} \sim E_{eq}/E_u/\alpha$  関係 (b)



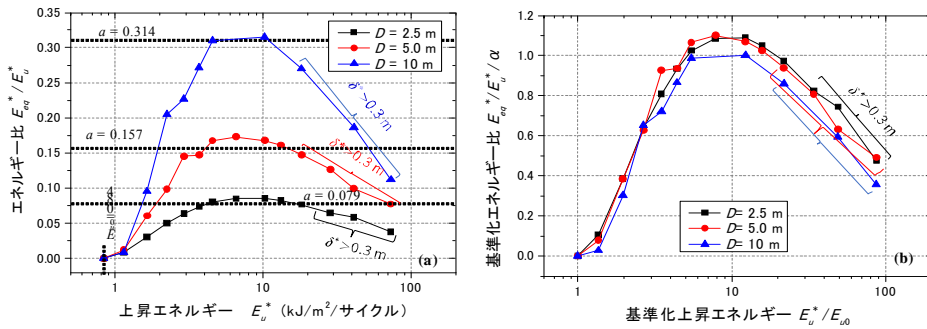


図 13.  $\phi=35^\circ, \theta=30^\circ, f=1.0 \text{ Hz}, V_s=200 \text{ m/s}$  の条件で  $D=2.5, 5, 10 \text{ m}$  に変化した場合の  $E_u^* \sim E_{eq}^*/E_u^*$  関係(a)と  $E_u^*/E_{u0} \sim E_{eq}^*/E_u^*/\alpha$  関係 (b)

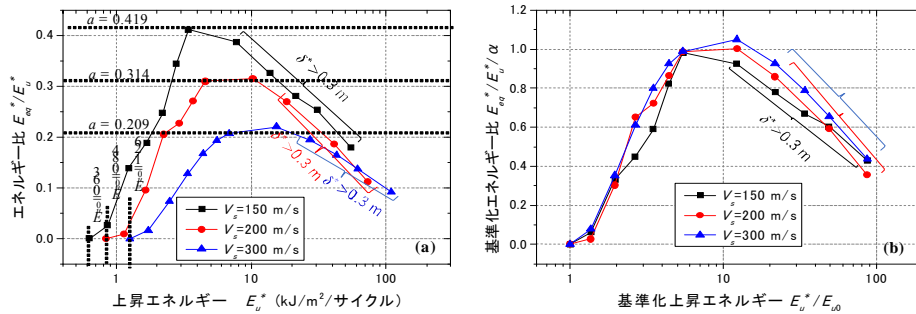


図 14.  $\phi=35^\circ, \theta=30^\circ, f=1.0 \text{ Hz}, D=10 \text{ m}$  の条件で  $V_s=150, 200, 300 \text{ m/s}$  に変化した場合の  $E_u^* \sim E_{eq}^*/E_u^*$  関係(a)と  $E_u^*/E_{u0} \sim E_{eq}^*/E_u^*/\alpha$  関係 (b)

図 13(a)は  $\phi=35^\circ, \theta=30^\circ, f=1.0 \text{ Hz}, V_s=200 \text{ m/s}$  で滑り土塊層厚が  $D=2.5, 5, 10 \text{ m}$  の 3 段階に変化した場合の同様なグラフである。 $E_u^*$ が滑動開始エネルギー  $E_{u0}=0.84 \text{ kJ/m}^2$  を上回ると  $E_{eq}^*/E_u^*$  はゼロから直線的に増加し、各層厚ごとに  $\alpha=0.079, 0.157, 0.314$  に近づくとき頭打ち傾向が現れる。これより、滑り土塊が厚くなるほど上昇  $E_u^*$  のうち斜面滑りに使われるエネルギー  $E_{eq}^*$  の割合が大きくなることになる。その後さらに  $E_u^*$  が増加すると  $E_{eq}^*/E_u^*$  はやはり低下に転ずることについては前図と同様なことが言える。また図 13 (b)の横軸と縦軸を基準化してプロットし直したグラフはほぼ一意的となることも同様である。

図 14 (a)では  $\phi=35^\circ, \theta=30^\circ, f=1.0 \text{ Hz}, D=10 \text{ m}$  で地盤の S 波速度を  $V_s=150, 200, 300 \text{ m/s}$  の 3 段階に変化させた場合の同様なグラフである。 $E_u^*$ が滑動開始エネルギー  $E_{u0}=0.63, 0.84, 1.26 \text{ kJ/m}^2$  を上回ると  $E_{eq}^*/E_u^*$  はゼロから直線的に増加し、各  $V_s$  値ごとに  $\alpha=0.419, 0.314, 0.209$  に近づくとき頭打ち傾向が現れる。これより同一条件の斜面に対し地盤の S 波速度が小さいほど上昇エネルギー  $E_u^*$  のうち斜面滑りに使われるエネルギー  $E_{eq}^*$  の割合が大きくなることを意味している。さらに  $E_u^*$  の増加に対する  $E_{eq}^*/E_u^*$  の低下傾向についても前図と同様な指摘ができ、また図 14 (b)の横軸と縦軸を同様に基準化したグラフではやはりほぼ一意的関係が得られる。

ここで図 11~14 の(b)に各計算ケースごとに示した関係を同一グラフに重ね書きしたのが図 15 である。 $E_u^*/E_{u0}$  が 1.0 を超えると  $E_{eq}^*/E_u^*/\alpha$  は  $E_u^*/E_{u0}$  の対数に対し直線的にゼロから 1.0 付近まで上昇し  $E_u^*/E_{u0}=5$  付近で頭打ちとなる傾向はバラツキはあるものの実用的にはすべてのケースで

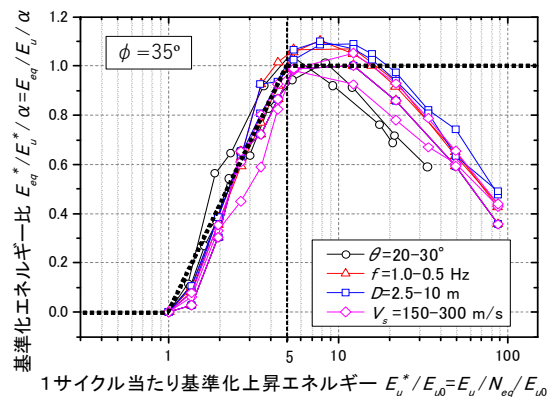


図 15. 各ケースの計算で得られた基準化上昇エネルギー  $E_u^*/E_{u0} \sim$  基準化エネルギー比  $E_{eq}^*/E_u^*/\alpha$  関係の重ね書き

共通していると判断できる。この一意的な関係は今回計算を実施した  $\theta, f, D, V_s$  のパラメータ設定範囲をある程度超えても成り立つ可能性が高く、滑り変位を理論式(15)で計算するために必要な地震エネルギー  $E_{eq}$  を上昇エネルギー  $E_u$  から決める際の根拠となるものである。 $E_u^*/E_{u0}$  のさらなる増加に対しては頭打ち区間に続き  $E_{eq}^*/E_u^*/\alpha$  は減少傾向を示すが、計算ケースによるバラツキが大きくなる。さらに図 11~14 のすべてのケースで減少傾向に転ずるプロット付近から計算滑り変位が  $\delta^* > 0.3 \text{ m}$  の範囲に入り、図 8~10 から読み取れるように理論式(15)とのズレが目立ち始め、計算の信頼度が低下することを考慮する必要がある。したがって滑り変位計算の際に用いる  $E_u^*/E_{u0} \sim E_{eq}^*/E_u^*/\alpha$  関係としては計算誤差の影響を考慮して図中に示す折れ曲がり点線 (折れ曲がり点は  $E_u^*/E_{u0}=1.0$  と  $5.0$ ) を考える。

この際、 $E_u/E_{u0} > 5.0$  で頭打ちの後に現れる減少傾向が計算誤差だけに依るのか現時点で確証はないが、安全側であることも考慮し  $E_u/E_{u0}$  が無限大まで  $E_{eq}/E_u/\alpha = 1.0$  一定としている。すなわち次式で決まる  $E_{eq}$  を使って式(15)により斜面滑り変位を計算することとする。

$$\left. \begin{aligned} E_u^*/E_{u0} < 1.0: & E_{eq}^*/E_u^*/\alpha = 0 \\ 1.0 < E_u^*/E_{u0} < 5.0: & E_{eq}^*/E_u^*/\alpha = 1.43 \log_{10}(E_u^*/E_{u0}) \\ 5.0 \leq E_u^*/E_{u0}: & E_{eq}^*/E_u^*/\alpha = 1.0 \end{aligned} \right\} (39)$$

### 6. 地震エネルギー算出に用いる鉛直アレーデータ

上述の検討に基づき、波動エネルギーを用いて斜面滑りの有無と滑る場合の滑动変位量を統一的かつ簡便に評価できるエネルギー-Newmark 法を具体的に説明する。この際、上記解析で仮定した無限長斜面は実際の有限長斜面とは異なるが、斜面の平面積当たりでは同じエネルギー収支が成り立つと考えている。

式(15)による変位量  $\delta_r$  の計算には、式(39)により単位平面積当たりの累積地震エネルギー  $E_{eq}$  を設計地震波の上昇エネルギー  $E_u$  から決定することが必要である。そのために用いる鉛直アレー地震観測データによる既往研究の知見

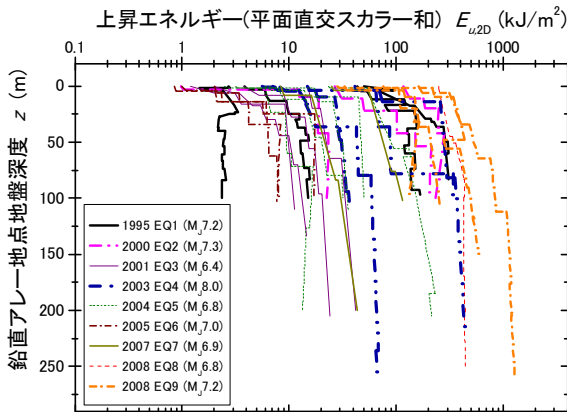


図 16. 9 強地震での鉛直アレー記録から計算した累積上昇エネルギーの深度分布<sup>13)14)</sup>

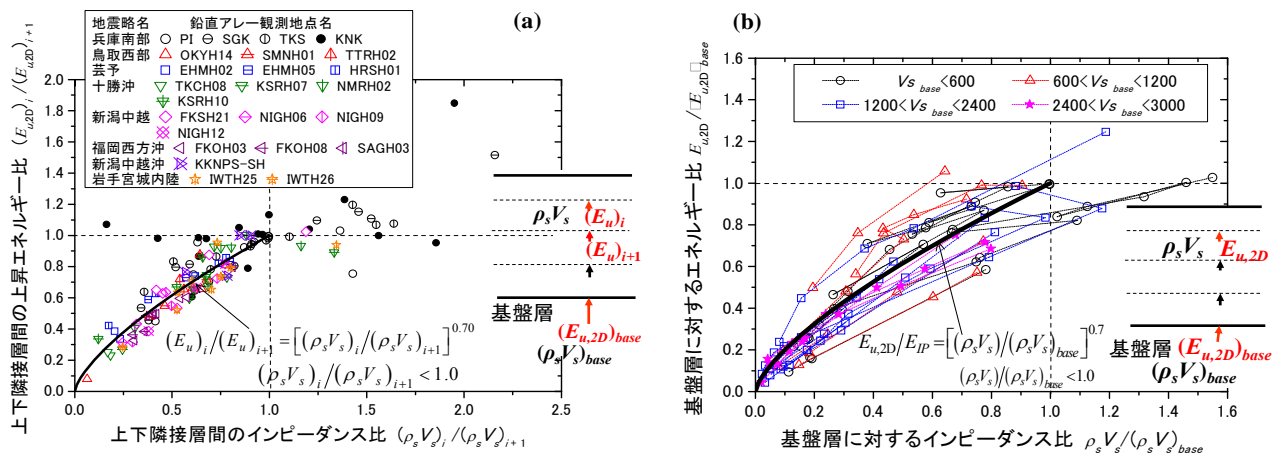


図 17. 鉛直アレー記録に基づいたインピーダンス比～上昇エネルギー比関係<sup>14)</sup>: (a)任意の隣接する上層と下層の間, (b)任意の上層と基盤層の間

13)14)の要点を以下に述べる。

図 16 には近年の 9 強地震(気象庁マグニチュード  $M_f=6.4 \sim 8.0$ ) において 30 地点(震源距離  $R=9 \sim 227$  km) の鉛直アレー記録から計算された上昇エネルギーの深度分布を示す。これらは鉛直アレーの地表と地中の加速度記録と地盤情報(成層構造と各層の S 波速度  $V_s$ , 密度  $\rho_s$ , 等価線形地盤物性)を用いて等価線形重複反射解析で算出した各層での上昇速度波を使い、式(16)の第 1 式で計算した累積上昇エネルギーである<sup>13)</sup>。水平面直交 2 方向の記録よりそれぞれエネルギーを算出しそのスカラー和を  $E_{u,2D}$  で表す。地震のマグニチュードや震源距離の違いにより横軸に対数で表わしたエネルギーの絶対値は大きく隔たっているが、大半の地点で深部に入射したエネルギーは地表に近づくにつれて大幅に低減する傾向が読み取れる<sup>13)</sup>。

この低減割合を SH 波の重複反射を前提にインピーダンス比に着目して整理したのが図 17 (a)(b)である。(a)は各地点のボーリングデータから上下隣接する各水平成層の上層  $i$  と下層  $i+1$  のインピーダンス比  $(\rho_s V_s)_i / (\rho_s V_s)_{i+1}$  を横軸にとり縦軸にとった同じ層間の上昇エネルギー比  $(E_u)_i / (E_u)_{i+1}$  に対しプロットしている。詳細は原論文<sup>14)</sup>に譲るが、異常な値を示す 1 地点を除き  $(\rho_s V_s)_i / (\rho_s V_s)_{i+1} < 1.0$  の範囲内で次式により相関係数 0.90 で近似できる。

$$(E_{u,2D})_i / (E_{u,2D})_{i+1} = [(\rho_s V_s)_i / (\rho_s V_s)_{i+1}]^{0.70} \quad (40)$$

また(b)は同じ鉛直アレーデータの最深部の上昇エネルギー  $(E_u)_{base}$  とインピーダンス  $(\rho_s V_s)_{base}$  を基準として、それより上部にある各層の上昇エネルギー比  $(E_{u,2D}) / (E_{u,2D})_{base}$  を対応する層間のインピーダンス比  $(\rho_s V_s) / (\rho_s V_s)_{base}$  に対し上記の異常な 1 地点を除いてプロットしている。プロットのバラツキは(a)より大きくなるものの、式(40)と同じべき関数の次式で変化傾向が近似できていると言えよう<sup>14)</sup>。

$$(E_{u,2D}) / (E_{u,2D})_{base} = [(\rho_s V_s) / (\rho_s V_s)_{base}]^{0.70} \quad (41)$$

図 17(b)の凡例に星印で示すように、最深部が  $2400 \text{ m/s} < V_s < 3000 \text{ m/s}$  の極めて硬質な基盤からなるサイトでも近

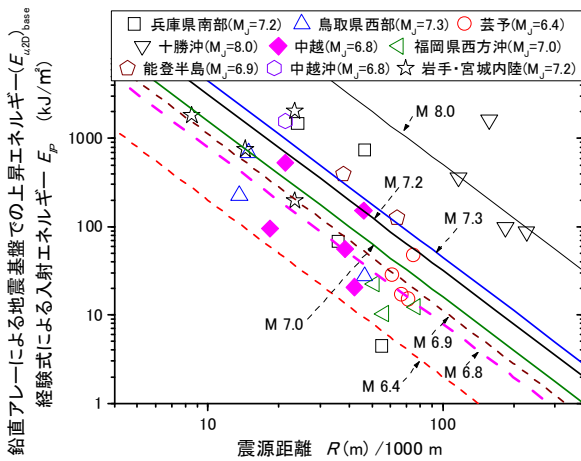


図 18. 地震基盤入射エネルギー \$E\_{IP}\$ と \$M, R\$ の関係<sup>14)</sup>

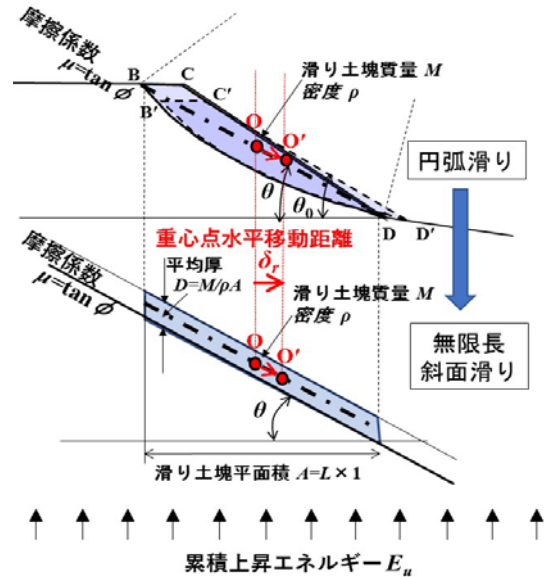


図 20. 次元斜面の円弧滑り土塊 (a) の無限長斜面と等価質量の有限区間土塊(b)による変位算定

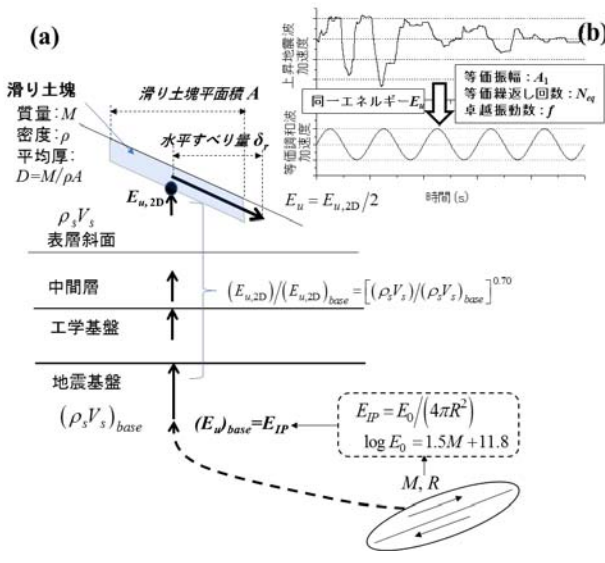


図 19. マグニチュード \$M\$ 震源距離 \$R\$ から斜面滑りに使われ地震エネルギー \$E\_{EQ}\$ を決定する手順

似式との一致度が良く、地震基盤に近い深部に対する地盤浅部のエネルギー比も式(41)で近似できそうである。

そこで9地震についての鉛直アレー最深部での上昇エネルギー \$(E\_{u,2D})\_{base}\$ から、式(41)を用いてさらに深部の \$V\_s=3000\$ m/s, \$\rho\_s = 2.7\$ t/m<sup>3</sup>とした地震基盤での上昇エネルギー \$(E\_{u,2D})\_{base}\$ をSH波の重複反射を仮定して逆算し、震源距離に対してプロットしたのが図18である<sup>14)</sup>。図中の右下がりの斜線は良く知られた実体波の球面距離減衰による経験式<sup>8)</sup>で、入射エネルギー \$E\_{IP}\$ (kJ/m<sup>2</sup>)を、地震マグニチュード \$M\$ と震源距離 \$R\$ (m)により算出している。

$$E_{IP} = E_{total} / 4\pi R^2, \quad \log E_{total} = 1.5M + 11.8 \quad (42)$$

ここに \$E\_{total}\$ (kJ) は Gutenberg<sup>15)</sup>による地震断層からの放出エネルギーであり、\$M\$としては気象庁マグニチュード \$M\_J\$を使っている。球面距離減衰のみを考慮し断層メカニズムや伝播経路の影響を全く無視した式(42)とSH波の重複反射を仮定して算出したプロットとの一致度は決して

良くはない。また式(16)から分かるようにエネルギーが速度振幅の2乗に対応する物理量であるため最大加速度や最大速度の距離減衰関係よりバラツキが拡大されることも考えられる。しかし \$M\$ や \$R\$ による大まかな変化傾向は整合しており、式(42)の斜線がプロットのバラツキのほぼ中心に位置するものが多い。中にはプロット斜線の片側に偏っているものもあるが、たとえば兵庫県南部地震については断層破壊面進行方向 (Directivity) の影響<sup>16)</sup>、芸予地震では深発プレートスラブ地震の伝播経路の影響などによりある程度説明ができる。したがって、今後断層メカニズムや伝播経路、基盤での実体波の斜め入射の影響などを考慮してエネルギーの距離減衰関係を現在使われている工学基盤での加速度や速度の距離減衰カーブのように精緻化していく必要はあるものの、現時点では式(42)により地震基盤での入射エネルギー \$E\_{IP}\$ を算定することとする。

## 7. エネルギーによる地震時斜面変位量評価手順

ここでは、地震時斜面滑り発生の有無と滑る場合の水平変位量を地震エネルギーにより算定する手順を図19を使って述べる。

- 1) まず初めに、斜面近傍の想定地震断層からマグニチュード \$M\$ と震源距離 \$R\$ (m)を決定し、式(42)により地震基盤 (\$V\_s=3000\$ m/s, \$\rho\_s=2.7\$ t/m<sup>3</sup>)での入射エネルギー \$E\_{IP}\$ を算定する。
- 2) 上記で定めた \$E\_{IP}\$ により式(41)で \$(E\_{u,2D})\_{base}=E\_{IP}\$ とし、図19(a)に示す想定滑り土塊直下地盤の \$\rho\_s V\_s\$ と基盤での \$(\rho\_s V\_s)\_{base}\$ を使って土塊直下での累積上昇エネルギー \$E\_{u,2D}\$ (kJ/m<sup>2</sup>)を算定する。ここで算定された \$E\_{u,2D}\$ は水平直交2方向エネルギーのスカラ和で、そのうち滑りに関わる斜面上下流方向は平均的には全体の1/2であることが地震観測データで調べられているため<sup>10)</sup>、滑

りに関わる地震エネルギーを  $E_u = E_{u,2D}/2$  に定める。

- 3) 想定滑り土塊直下の斜面上下流方向でエネルギー  $E_u$  を持つ不規則上昇波を図 19(b)に示すように加速度振幅  $A_1$ 、等価繰返し回数  $N_{eq}$ 、角振動数  $\omega = 2\pi f$  の調和加速度波  $\ddot{u}_1(t) = A_1 \sin \omega t$  に置き換える。この際、上昇波加速度振幅  $A_1$  については、マグニチュードや断層面からの距離により設計実務に使われる距離減衰式で算定した地表最大加速度  $PGA$  と一般的に使われる調和波加速度への低減係数 0.65<sup>17)</sup> や地中の上昇波と地表加速度との振幅比 1/2 を使って次式で算出する。

$$A_1 = 0.65 \cdot (1/2) PGA \quad (43)$$

等価調和波の繰返し回数  $N_{eq}$  については想定する地震マグニチュード  $M$  や震源距離  $R$  を参考に決める<sup>(例えば17)</sup>。調和波 1 サイクル当たりの上昇エネルギー  $E_u/N_{eq}$  が決まれば、それを式(16)で算出される振幅  $A_1$  で角振動数  $\omega = 2\pi f$  の調和加速度波のエネルギーと等価とするため次式が得られ、振動数  $f$  は式(45)で算出される。

$$E_u/N_{eq} = \pi \rho_s V_s A_1^2 / \omega^3 \quad (44)$$

$$f = \omega/2\pi = \left[ \pi \rho_s V_s A_1^2 / (E_u/N_{eq}) \right]^{1/3} / 2\pi \quad (45)$$

- 4) 上記 1)~3)とは異なり設計用地震動が別途定められている固有地点であれば、図 19(a)のように工学基盤より設計用加速度波形を入射し、等価線形解析により斜面の想定滑り土塊直下での斜面上下流方向の上昇加速度波  $\ddot{u}_1(t)$  を計算し、それを時間積分した速度波  $\dot{u}_1(t)$  から式(16)により斜面上下流方向の累積上昇波エネルギー  $E_u$  を算出できる。さらに図 19(b)のように上昇加速度不規則波形をそれと同じ累積エネルギー値を持つ一定加速度振幅  $A_1$ 、繰返し回数  $N_{eq}$ 、卓越振動数  $\omega$  の調和波  $\ddot{u}_1(t) = A_1 \sin \omega t$  に置き換える。その際には設計地震動に基づき、振幅  $A_1$  は例えば  $A_1 = 0.65 A_{max}$  で算出し、明確な卓越振動数が読み取れる場合にはそれを角振動数  $\omega = 2\pi f$  として、同一エネルギー条件の式(44)から等価繰返し回数  $N_{eq}$  は

$$N_{eq} = \left( \omega^3 / \pi \rho_s V_s A_1^2 \right) E_u \quad (46)$$

となる。もしくは設計用地震動の  $M$  や  $R$  を参考に  $N_{eq}$  を先に決定し、式(45)より  $\omega = 2\pi f$  を算出することも考えられる。このようにして  $N_{eq}$  が決まれば、1 サイクル当たりの上昇波エネルギー  $E_u/N_{eq} = E_u^*$  が決まる。

- 5) 次に、式(39)において  $E_u^* = E_u/N_{eq}$  を式(27)の滑り開始エネルギー  $E_{u0}$  と対比する。 $E_u^* < E_{u0}$  の場合には  $E_{eq} = 0$  であり滑りは起きないと判定になる。 $E_u^* > E_{u0}$  の場合には  $E_u^*/E_{u0}$  から基準化エネルギー比  $E_{eq}^*/E_u^*/\alpha$  を計算すれば、 $E_{eq}/E_u/\alpha$  も同じ値であるから  $E_u$  による  $E_{eq}$  が決められる。ここで必要なブロックインピーダンス比  $\alpha$  については式(24)で算出する。このようにして設計地震波の上昇エネルギー  $E_u$  が決まれば  $E_{eq}$  が決まり、滑動変位は式(15)で計算できる。

## 8. 地震時斜面滑り変位計算の例示

図 20 の上段に示す 2 次元斜面の想定滑り面に沿った地震時の滑動水平変位を、設計用加速度波形がない一般の地点について想定地震のマグニチュードおよび震源距離からエネルギー-Newmark 法で算定する計算例を以下に示す。ここでは円弧滑り面 BD に沿って、土塊 BCD が B'C'D' まで移動する場合の土塊重心の水平変位  $\delta_r$  を計算する例を示している。円弧滑りは解析対象としてきた直線滑りとは異なるが、滑動前後の滑り土塊重心位置を結ぶ直線 OO' は変位量が小さい範囲であれば滑り円弧の上下端を結ぶ直線 BD とほぼ平行である。したがって BD と同じ角度  $\theta$  の直線斜面について滑り土塊エネルギー収支の式(2)~(6)を考慮することが可能であるため、図 20 下段のような傾斜角  $\theta$  の無限長斜面の同じ滑り区間長  $L$  で同一質量を持つ平均厚さ  $D$  のブロック滑りで置換えられる。例えば直線 BD の水平線との角度  $\theta = 30^\circ$ 、斜面 CD の角度  $\theta_0 = 35^\circ$ 、滑り円弧半径  $R = 50\text{m}$ 、滑り土塊水平長さ  $L = 34.7\text{ m}$ 、滑り土塊断面積  $a = 174\text{m}^2$  (図 20 の陰影面積) の場合には  $D = a/L = 174/34.7 = 5.0\text{ m}$  の無限長斜面滑りで置き換えることになる。つまり想定滑り面の上下両端をつなぐ直線の角度  $\theta$  と滑り面より上部の想定滑り平均厚さ  $D$  が計算され、滑り長さ  $L$  は前面には表れない。

前述のようにこの評価法では上昇エネルギー  $E_u$  と等価繰返し回数  $N_{eq}$  により 1 サイクル当たりの  $E_u/N_{eq}$  を決め、式(27)の滑り開始エネルギー  $E_{u0}$  と対比する。 $E_u/N_{eq} > E_{u0}$  の場合には  $E_u/N_{eq}/E_{u0} (>1.0)$  を計算し、基準化エネルギー比  $E_{eq}/E_u/\alpha$  を式(39)で計算すれば、単位面積当たりの  $E_{eq}$  あるいは斜面全体の  $E_{EQ} = E_{eq} \times A = E_{eq} \times L \times 1$  が決められる。このようにして式(6)あるいは(15)により最終的に滑動変位が算出できる。

以下では盛土の滑り土塊平均厚さ  $D = 5.0\text{ m}$ 、密度  $\rho = \rho_s = 1.8\text{ t/m}^3$ 、S 波速度  $V_s = 200\text{ m/s}$  の無限長斜面が、2004 年新潟県中越地震と同じ  $M = M_J = 6.8$  の地震を受けることを想定した計算例を示す。

震源距離が  $R = 10 \sim 40\text{ km}$  の範囲で  $5\text{ km}$  刻みに変化させた場合に、地震基盤 ( $V_s = 3000\text{ m/s}$ ,  $\rho_s = 2.7\text{ t/m}^3$ ) での入射エネルギーは式(42)によりそれぞれ  $E_{IP} = 796 \sim 49.7\text{ kJ/m}^2$  と計算される。これより式(41)において  $(E_{u,2D})_{base} = E_{IP}$  として、図 19(a)に示す滑り土塊直下の斜面上下流方向上昇エネルギーはそれぞれ  $E_u = E_{u,2D}/2 = 45.0 \sim 2.81\text{ kJ/m}^2$  となる。

また地震動のマグニチュード  $M = 6.8$  から例えば Idriss-Boulanger による経験的關係<sup>17)</sup> によれば等価繰返し回数  $N_{eq} = 9$  と算出されるので、上昇エネルギーを 9 サイクルの等価な調和加速度波に置換え、1 サイクル当たりのエネルギーが震源距離  $R = 10 \sim 40\text{ km}$  に対応しそれぞれ  $E_u/N_{eq} = E_u^* = 5.00 \sim 0.313\text{ kJ/m}^2$  と求められる。

さらに新潟県中越地震での断層距離  $R$  と地表最大加速度  $PGA$  の防災科学技術研究所によるプロットを図 21 の両対数グラフに例示している<sup>18)</sup>。これよりデータのバラツキ



は大きく断層のごく近傍ではPGAの頭打ち傾向が目立つものの、 $R=10\sim 100$  kmでは $R$ にほぼ反比例する図中の太い破線 $PGA=6.0\times(R/10)^{-1}$ で近似できよう。断層距離を震源距離で近似して $R=10\sim 40$  kmに対する地表最大加速度をそれぞれ $PGA=6.0\sim 1.5$  m/s<sup>2</sup>と設定すると、式(43)より等価な調和波の上昇波加速度振幅は $A_1=1.95\sim 0.49$  m/s<sup>2</sup>となる。これより式(45)を使えば等価調和波の振動数として $f=1.51$  Hzが共通に得られる。 $\omega=2\pi f$ が決まれば式(27)より $E_{u0}$ が決まり $E_u^*/E_{u0}$ が計算できる。すると式(39)により $E_{eq}/E_u/\alpha$ が決まり、ブロックインピーダンス比 $\alpha=(\omega\rho D)/(\rho_s V_s)=0.238$ を使って $E_{eq}$ が算出され式(15)により最終的に $\delta_r$ が求められる。

このような手順に沿って $\phi-\theta$ を1°キザミに変化させて計算した残留水平変位 $\delta_r$ を震源距離 $R$ をパラメータとして図22(a)に示す。これより各 $R$ の値ごとに、 $E_u^*/E_{u0}>5$ の範囲で式(39)の第3式に対応した $\phi-\theta\sim\delta_r$ カーブとなり、もし $E_u^*/E_{u0}$ による制約がなければ図中の中空記号を破線で結んだカーブに沿って変化することになる。実際は $\phi-\theta$ の増加に伴い $5>E_u^*/E_{u0}>1$ の範囲でそのカーブから

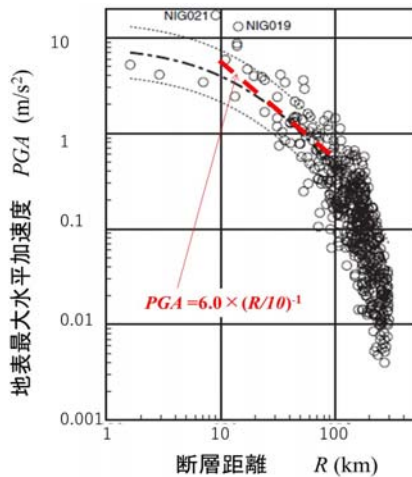
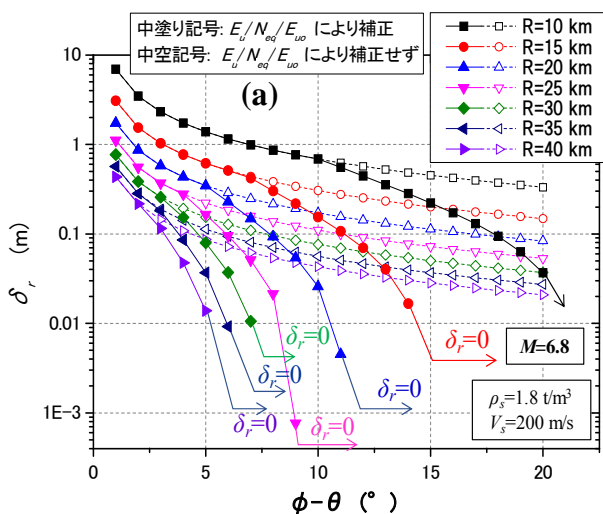


図21. 2004年新潟県中越地震での地表最大加速度PGAの距離減衰(防災科学技術研究所<sup>18)</sup>に加筆)



下方に外れて式(39)の第2式に対応して $\delta_r$ が急減するカーブを辿り、 $\phi-\theta$ が限界値を越えて $E_u^*/E_{u0}<1$ の範囲になれば滑りが生じない式(39)の第1式に対応して $\delta_r=0$ となる。このように滑りの発生の有無から滑る場合の変位量まで全て統一的に表せ、震源距離の違いによる変化も容易に読み取ることができる。ここに例示したのは例題で設定した条件についてのグラフであるが、他の条件でも式(24), (27), (39)で計算すれば簡単にグラフ化ができる。

図22(b)の上段グラフでは同じ滑り変位計算値 $\delta_r$ を横軸に震源距離 $R$ をとって表している。いっぽう下段のグラフでは実際に2004年新潟県中越地震において生じた盛土斜面の被災事例のうち、盛土施工方法などが比較的標準化されていると思われる関越自動車道の被災レベルと位置を片岡らの文献<sup>19)</sup>に掲載された地図から筆者が読み取り震源距離に対しプロットしている。当該文献では被災パターンを平野・台地部と丘陵部における被災様式・形態の異なる6つの型に区分し、それらを共通した被災度A, B, C表示により分類している。被災パターンは必ずしも盛土の斜面滑りだけに依るものではなく、また定性的被災度表示に留まっているものもあるが、A~Cに対応した盛土亀裂幅・沈下量の定量的数値は15 cm未満~50 cm以上の範囲が挙げられ、いずれもAは被災度が最も激しくCは最も軽微、Bはその中間である<sup>19)</sup>。図(b)下段では道路被害度A~Cについて、その区間(同じ被害度が長く連続する区間は延長2km程度で区間分け)の中心点の震源からの距離を震央(緯度北緯37度17分30秒, 東経138度52分0秒)と震源深さ(13.1 km)の情報に基づき筆者が計算しプロットしている。

被災度A, Bは震源深さを考えた時の当該自動車道の最短震源距離に相当する $R=13$  kmから16 kmまでの範囲にあり、上段の図との対比から各震源距離に対する $\phi-\theta$ と変位 $\delta_r$ の組み合わせが読み取れる。また軽微な被災度Cが生じた最長距離は $R=33$  kmでありそのあたりで $\delta_r=0$ となる $\phi-\theta=6^\circ$ 程度が対応していることが分かる。勿論、

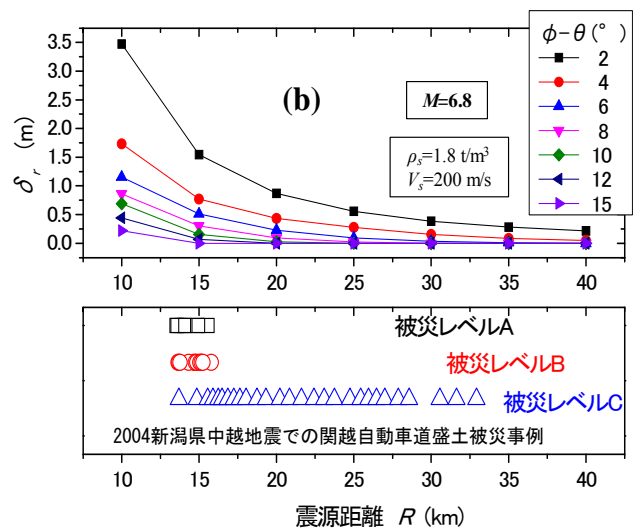


図22.  $M=6.8$ 地震での例示斜面の計算例:(a)  $\phi-\theta\sim$ 滑り水平変位 $\delta_r$ , (b)震源距離 $R\sim$ 滑り水平変位 $\delta_r$ 関係と中越地震での関越自動車道盛土被災事例<sup>19)</sup>との対比

これらの計算結果から最終判定に至るには関わる解析パラメータについて更なる検討を要するが、ここに例示した連続的グラフ表示は各パラメータの影響度を判断する上で大いに参考となると言えよう。

以上の計算において、地震マグニチュード  $M$ 、震源距離  $R$  以外の斜面側の設計パラメータとしては摩擦角  $\phi$ 、滑り面傾斜角  $\theta$ 、滑り土塊平均厚さ  $D$  と密度  $\rho$ 、地盤の S 波速度  $V_s$  と密度  $\rho_s$ 、さらに地震波の等価振動数  $f$  である。このうち  $\phi$  と  $\theta$  については必ず  $\phi - \theta$  の形で現われ、個々の絶対値ではなく相対差が変位評価の決定因子となることから、斜面角度に依らない自由度のある適用が可能である。

また層厚  $D$  については  $E_{eq}$  から式(15)により変位を  $\delta_r = E_{eq} / [\rho g D \tan(\phi - \theta)]$  で算出する際の重要なパラメータであるが、実は式(39)から明らかのように  $E_{eq}^* \propto \alpha E_u^*$  (または  $E_{eq} \propto \alpha E_u$ ) でありかつ式(24)より  $\alpha = (\omega \rho D) / (\rho_s V_s)$  であることを考えると、 $E_u$  と  $\delta_r$  の直接的関係からは  $D$  は密度  $\rho$  と共に消去されることが分かる。つまり、上記例示のように層厚  $D$  は途中段階ではパラメータとして使われるが、最終的には不必要となる。これは従来の滑り面法においても、粘着力  $c$  がゼロで摩擦角  $\phi$  のみの抵抗を考える場合は、滑り安全率が層厚  $D$  に無関係になる<sup>9)</sup>ことに対応している。すなわち本評価法では、最初から無限長斜面を仮定すれば斜面崩壊の厚さ  $D$  や長さ  $L$  を指定する必要はなくなり、図 22 のように地震パラメータ  $M$ 、 $R$  ごとに  $\phi - \theta$  に対する  $\delta_r$  が直接算定できる。これは広域に崩壊可能性の高い斜面をスクリーニングする目的などにはかえって使い易いことを意味している。

一方、無限長斜面の検討で  $\delta_r$  を算出したのち  $D$  や  $L$  を計算する場合は、個々の斜面について従来の滑り面法で使う断面形状や  $\phi$  の分布と図 22 のような設計用チャートを組み合わせることによってあらかじめ決定された  $\delta_r$  を可能とする滑り面を試行錯誤で選定することになる。たとえば強度の異なる境界面や連続した弱層がある場合には、それを反映した  $\phi$  の分布から滑り面や滑り層厚  $D$  を選定することになる。

また、内部摩擦角  $\phi$  の設定に際しては土被り圧  $\sigma_v$  の下で  $\tan^{-1}(\tan \phi + c/\sigma_v) \rightarrow \phi$  のように再定義することで、粘着力  $c$  の影響も近似的に考慮できる。また、地震時繰返し載荷時のせん断強度の低下の影響は、過剰間隙水圧の上昇などによる斜面各部の有効応力変化を適切に考慮して  $\phi$  を低減させることで評価できよう。

ところで、滑り土塊厚  $D$  の決定についてはひとつの制約条件が存在する。式(39)においてエネルギー比  $E_{eq}^*/E_u^* = E_{eq}/E_u$  の最大値は  $\alpha$  となるが、実は斜面上下流方向への上昇エネルギー  $E_u$  のうち下流側への滑りに貢献する地震エネルギーは平均的にそのうちの 1/2 であることがやはり地震観測による研究で示されている<sup>10)</sup>。滑りに使われる地震エネルギー  $E_{eq}$  は当然その値よりも小さくなくてはならないことから、S 波の波長  $\lambda = V_s/f$  を用いて表すと

$$E_{eq}/E_u = \alpha = \frac{\omega \rho D}{\rho_s V_s} = \frac{2\pi \rho D}{\rho_s \lambda} < 1/2 \quad (47)$$

の関係が成り立ち、 $\rho/\rho_s \approx 1.0$  の近似を用いれば滑り土塊厚  $D$  について次式の制約条件が得られる。

$$D < \frac{\lambda}{4\pi} \frac{\rho_s}{\rho} \approx \frac{\lambda}{4\pi} \quad (48)$$

つまり波長の長い硬い斜面や長周期地震動の場合ほど滑り土塊厚の取り得る範囲は大きくなることになる。

このように、エネルギー法によれば従来の滑り解析で安全率が 1.0 を下回った滑りについて改めて加速度時刻歴を使った個々の Newmark 解析を実施する必要はなく、滑りの有無から変位量計算まで統一に行えることが分かる。しかも、設計時に不確定性を考慮せざるを得ない摩擦角  $\phi$  や震源距離  $R$  などの変動幅を考慮したパラメータスタディに使いやすい点が優れていると言えよう。

ただし不規則地震波を同じエネルギーを持つような振幅、振動数と繰返し回数の調和波で置き換える大きな仮定を導入しており、また斜面形状や滑り変位などについての単純化も行っている。今回の新潟県中越地震の事例に続き今後も既往事例への適用を重ねていき、多くの事例との比較によりその適用性の範囲を確認することが必要である。また現時点で不足している地震波動エネルギーデータベースの整備と精度向上を図る必要がある。

## 9. まとめ

本論文では筆者が検討してきた地震時斜面滑りを支配するエネルギー概念を発展させ、盛土構造物の小規模滑りへ適用することを目指して、新たに Newmark モデルと波動伝播の連成解析を行い、その結果に基づき地震波上昇エネルギーを用いた斜面滑り簡易評価法「エネルギー Newmark 法」を提案し、その具体的計算例も示した。得られた主要な成果を以下に纏める。

- 1) Newmark モデルによる斜面滑り解析と基礎地盤の SH 波重複反射解析を組み合わせたシステムの支配方程式を導出し、斜面滑り土塊について式(24)で定義されるブロックインピーダンス比  $\alpha$  がこの方程式の主要支配因子であることを示した。
- 2) この非線形方程式を斜面角度、上昇波振動数などをパラメータとして調和波入力に対して数値解析することにより、斜面滑り変位  $\delta_r$  と斜面に加わる地震上昇波エネルギー  $E_u$ 、斜面滑りに使われる地震エネルギー  $E_{eq}$  の一般的関係を導いた。
- 3) その結果、滑り変位は加速度振幅ではなく地震エネルギー  $E_{eq}$  と一意的関係にあることが示され、既往研究による斜面崩壊のエネルギー収支に関する理論式や模型実験結果を裏付けることができた。
- 4) また解析結果より、 $E_{eq}/E_u$  (上昇エネルギー  $E_u$  のうち実際斜面滑りに使われる地震エネルギー  $E_{eq}$  の割合)は、式(24)で定義されるブロックインピーダンス比と基準化上昇エネルギー  $E_u/E_{u0}$  (調和波 1 サイクル当たり

上昇エネルギー $E_u$ の滑動開始上昇エネルギー $E_{u0}$ に対する割合)を用いてパラメータ値の変動に関わらずほぼ一意的に表せることが分かった。

- 5) これらの結果に基づき地震時上昇エネルギーから斜面滑りの有無と滑る場合の変位量を統一かつ簡易に評価する手順を提案した。そのために必要な地震波上昇エネルギーについては、設計地震動が与えられている地点ではそれに基づき計算でき、それ以外の一般的地点については想定地震断層のマグニチュードと震源距離から近年の鉛直アレー地震観測データの分析結果に基づいた経験式で算定できる。
- 6) 評価法では、斜面の想定滑り土塊直下での上昇地震波を一定振幅の調和波で近似し、そのエネルギーが想定地震の上昇エネルギーと同値となるように加速度振幅、振動数、繰返し回数を経験式などにより決定する。その1サイクルのエネルギーを滑動開始上昇エネルギー $E_{u0}$ と対比することで滑り判定を行い、滑る場合には $E_{eq}$ を算定しそれより変位 $\delta_r$ が決定できる。
- 7) この評価手順にしたがい、マグニチュード $M_f=6.8$ の新潟県中越地震を例に斜面滑りのエネルギーによる盛土斜面変位量 $\delta_r$ と $\phi-\theta$ 、震源距離 $R$ との相関グラフを作成した。この結果を実際的高速道路盛土被害と概略対比し、重要かつ不確定性の大きな支配パラメータの変動幅を考慮した評価がし易いことを示した。

以上のように、エネルギー法によれば従来の滑り解析で安全率が1.0を下回った滑り面について加速度時刻歴を使ってさらに解析を行う必要もなく、滑りの有無と滑る場合の残留変位算定が同時に行える。しかも設計時に不確定性を考慮せざるを得ない摩擦角 $\phi$ や地震エネルギーなどパラメータの変動幅を考慮した判定がし易い点が優れていると言えよう。今後、実務への適用例の拡大と共にさらに評価法に用いるデータの信頼度を増していく予定である。

#### 謝辞

小規模な斜面滑りを対象とした本設計法の開発に当たり、西日本技術開発(株)の江藤芳武様・森 二郎様はじめ多くの方々から励ましとご支援を頂いたことを感謝します。

#### 参考文献

- 1) Newmark, N. M. (1965): Effects of earthquakes on dams and embankments, Fifth Rankine Lecture, *Geotechnique* Vol.15, 139-159.
- 2) Sarma, S. K. (1975): Seismic stability of earth dams and embankments, *Geotechnique*, 25, No.4, 743-761.
- 3) Crespellani, T., Madiari, C. and Vannucchi, G. (1998): Earthquake destructiveness potential factor and slope stability, *Geotechnique*, 48, No.3, 411-419.
- 4) Makdisi, F. I. and Seed H. B. (1978) : Simplified procedure for estimating dam and embankment earthquake-induced deformations, *Journal of Geotechnical Engineering Div.*,

ASCE, Vol.104, No.GT7, 849-867.

- 5) Watanabe, H. Sato, S. and Murakami, K. (1984) : Evaluation of earthquake-induced sliding in rockfill dams, *Soils and Foundations*, 24 (3), 1-14.
- 6) 石澤友浩, 國生剛治 (2006) : エネルギー法による地震時斜面変形量評価法の開発, 土木学会論文集 C Vol.62, No.4, 736-746.
- 7) 國生剛治, 石澤友浩 (2010) : 地震時斜面崩壊における土塊流動距離のエネルギー的評価と実崩壊例への適用, 日本地すべり学会誌 47 巻 3 号, 121-128.
- 8) 國生剛治 (2014) : 地震地盤動力学の基礎—エネルギー的視点を含めて—, 第 6 章 地震による斜面崩壊, 鹿島出版会, 321-352.
- 9) Kokusho, T., Ishizawa, T. and Koizumi, K. (2011): Energy approach to seismically induced slope failure and its application to case histories, *Engineering Geology*, Elsevier, Vol. 122, 115-128.
- 10) Kokusho, T., Koyanagi, T. and Yamada, T. (2014): Energy approach to seismically induced slope failure and its application to case histories—Supplement—, *Engineering Geology*, Elsevier, Vol. 181, 290-296.
- 11) Timoshenko, S. and Goodier, J. N. (1951): Theory of Elasticity, Chap.14 The propagation of waves in elastic solid media, McGraw-Hill, 485-513.
- 12) Bathe K. J. and Wilson E. L. (1972) Stability and accuracy analysis of direct integration methods Vol. 1(3), 283-291.
- 13) 國生剛治, 鈴木 拓 : 強地震鉛直アレー記録に基づいた地盤中の波動エネルギーフロー, 日本地震工学会論文集 第11 巻, 第1 号, 14-31, 2011.
- 14) 國生剛治, 鈴木 拓 (2012) : 強地震鉛直アレー記録に基づいた地盤中の波動エネルギーフロー(補遺), 日本地震工学会論文集 第12 巻, 第7号, 62-68.
- 15) Gutenberg, B. (1956): The energy of earthquakes, *Quarterly Journal of the Geological Society of London*, Vol. CXII, No.455, 1-14.
- 16) Somerville, P. (1996): Forward rupture directivity in the Kobe and Northridge earthquakes and implications for structural engineering, Proc. International Workshop on Site Response subjected to Strong Earthquake Motions, Yokosuka, Japan, Vol.2, 324-342.
- 17) Idriss, I.M. and Boulanger, R. (2008): Soil liquefaction during earthquakes, Earthquake Engineering Research Institute, MNO-12, p.92.
- 18) 防災科学技術研究所 : 2004 年新潟県中越地震(10 月 23 日 17 時 56 分)の地震動と震源過程, [http://cais.gsi.go.jp/KAIHOU/report/kaihou73/07\\_16.pdf](http://cais.gsi.go.jp/KAIHOU/report/kaihou73/07_16.pdf)
- 19) 片岡正次郎, 長屋和宏, 松本幸司 (2015) : 新潟県中越地震時の道路盛土被害の分析, 土木学会論文集 A1, Vol.65(1), 568-576.

(2018.8.8 受付)

---

---

## Evaluation of slope stability and displacement by Energy-based Newmark method using earthquake energy

Takaji KOKUSHO<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Professor Emeritus, Chuo University

### Abstract

The present author previously proposed energy-based evaluation on earthquake-induced slope failures of long travel distance essentially for natural slopes. As a next step, simplified numerical analyses are conducted for relatively small slope displacements where the Newmark type straight slope model, with various slope angle, stiffness and sliding soil thickness, is shaken by one-dimensionally propagating harmonic SH wave, and the earthquake energy dissipated in slope sliding as energy difference between upward and downward waves is confirmed identical to the friction energy by the sliding. A series of numerical analyses have clarified that residual slope displacements  $\delta_r$  are uniquely correlated with the dissipated wave energy determined from upward wave energy using various pertinent parameters. The upward wave energy at a slope can be calculated from incident energy at a base layer using empirical attenuation formula. This indicates that  $\delta_r$  can be readily evaluated without using acceleration time-histories unlike the conventional Newmark method. The evaluation procedure has been developed based on the numerical results and previous studies on how wave energies during earthquakes are determined. An example study for road embankment displacements of varying hypocenter distances during a *M*6.8 earthquake conducted using the method has indicated consistency with a corresponding case history.

Key words: energy-based slope evaluation, wave energy, Newmark method, residual displacement, friction angle, case study